

```
> restart; with(Student[VectorCalculus]) : with(PDEtools) : with(Student[LinearAlgebra]) :
with(RandomTools) : with(PDEtools, D_Dx, declare, ToJet, FromJet) :
```

```
> declare([U(x, y)], prime) :
```

The prime differentiation variable has not been declared yet

U(x, y) will now be displayed as U

(1)

```
> NumTask := 19
```

NumTask := 19

(2)

```
> DepVars := [U(u, v)] :
```

```
> G0 := ai2  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  U(x, y) + bi2  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  U(x, y) :
```

```
> oldvars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) \right]$  :
```

```
> vars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial u} U(u, v), \frac{\partial}{\partial v} U(u, v) \right]$  :
```

```
> j := 1 :
```

```
> for i from 1 to NumTask do
```

```
  Mi := RandomMatrix(2, 2, generator = -4..4); #Determinant(Mi);
```

```
  ai := Generate(integer(range = 1..33)); bi := Generate(integer(range = 1..33));
```

```
  if Determinant(Mi) ≠ 0 then
```

```
    trj := solve(convert(Matrix(Vectorcolumn([x, y])), - Mi.Matrix(Vectorcolumn([u, v])), 'list'),
      {x, y}); itrj := solve(trj, [u, v])1;
```

```
    xchj :=  $\left\{ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial y} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
    Xchj :=  $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
    #expand(simplify(simplify(dchange(tr0, G0, [u, v, U(u, v)]), 'size'), 'size')); solve(xchj, vars)1;
```

```
    Cj, fj := GenerateMatrix(map(simplify, solve(xchj, vars), 'symbolic'), oldvars);
```

```
  j := j + 1;
```

```
  else end if;
```

```
  end do;
```

```
> for i from 1 to j - 1 do
```

```
  printf("ЗАДАЧА # %d. Записать уравнение Лапласа в новых координатах. \n", i);
```

```
  printf
```

```

printf("ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ: \n");#print(Mi);#print(Mi-1);
#printf("Новые (u,v) координаты:");#print(op(tri));print(op(itri));
# print(xchi);
# print(Xchi);
#printf("Уравнение Лапласа в декартовых координатах:");print(G0=0);
printf("Уравнение Лапласа в новых координатах:");print(ToJet(simplify(dchange(tri, G0,
[u, v, U(u, v)]), 'size')=0, DepVars));
#printf("Якобиан преобразования координат:");print(J=simplify(Determinant(Ci), 'symbolic
'));
printf("-----\n");
end do

```

ЗАДАЧА # 1. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$1024 U_{x,x} + 36 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}y, v = -\frac{1}{12}y + \frac{1}{3}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{1033}{9} U_{u,u} - \frac{2039}{9} U_{u,v} + \frac{4105}{36} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 2. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$25 U_{x,x} + 729 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3}x, v = \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{25}{9} U_{u,u} - \frac{25}{6} U_{u,v} + \frac{377}{8} U_{v,v} = 0$$

$$625 U_{x,x} + 676 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = x - 2y, v = \frac{1}{2}y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$3329 U_{u,u} - 1352 U_{u,v} + 169 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 5. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$64 U_{x,x} + 81 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x, v = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{145}{9} U_{u,u} - \frac{196}{9} U_{u,v} + \frac{388}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 6. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$36 U_{x,x} + 169 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -y + x, v = \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$205 U_{u,u} - \frac{482}{3} U_{u,v} + \frac{313}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 7. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$9 U_{x,x} + 196 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{3}{19}x + \frac{4}{19}y, v = -\frac{1}{19}y + \frac{4}{19}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{3217}{361} U_{u,u} - \frac{1352}{361} U_{u,v} + \frac{340}{361} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 8. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{505}{9} U_{u,u} - \frac{361}{3} U_{u,v} + \frac{361}{4} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 9. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$9 U_{x,x} + 100 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = y, v = -x - 3y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$909 U_{v,v} + 100 U_{u,u} - 600 U_{u,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 10. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$64 U_{x,x} + 4 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{4}{11}x + \frac{3}{11}y, v = \frac{2}{11}y + \frac{1}{11}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{1060}{121} U_{u,u} - \frac{464}{121} U_{u,v} + \frac{80}{121} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 11. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$16 U_{x,x} + 169 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y, v = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{233}{9} U_{u,u} + \frac{274}{9} U_{u,v} + \frac{185}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 12. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$81 U_{x,x} + 144 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{9}x - \frac{1}{6}y, v = -\frac{1}{6}y - \frac{2}{9}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$5 U_{u,u} + 4 U_{u,v} + 8 U_{v,v} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{3}{4}y + x, v = y - x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$661 U_{u, u} - 1346 U_{u, v} + 689 U_{v, v} = 0$$

ЗАДАЧА # 14. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$289 U_{x, x} + 36 U_{y, y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{4}x, v = \frac{1}{3}y + \frac{1}{12}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$\frac{289}{16} U_{u, u} - \frac{289}{24} U_{u, v} + \frac{865}{144} U_{v, v} = 0$$

ЗАДАЧА # 15. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$441 U_{x, x} + 81 U_{y, y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -y + 2x, v = \frac{1}{2}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$1845 U_{u, u} + 882 U_{u, v} + \frac{441}{4} U_{v, v} = 0$$

ЗАДАЧА # 16. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$36 U_{x, x} + 100 U_{y, y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{2}{3}x - y, v = y - x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$116 U_{u, u} - 248 U_{u, v} + 136 U_{v, v} = 0$$

ЗАДАЧА # 17. Записать уравнение Лапласа в новых координатах.

Уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$784 U_{x, x} + 121 U_{y, y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{3}{4}x + y, v = y + x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение Лапласа в новых координатах:

$$562 U_{u, u}$$

