

```
> restart; with(Student[VectorCalculus]) : with(PDEtools) : with(Student[LinearAlgebra]) :
with(RandomTools) : with(PDEtools, D_Dx, declare, ToJet, FromJet) :
```

```
> declare([U(x, y)], prime) :
```

The prime differentiation variable has not been declared yet

U(x, y) will now be displayed as U

(1)

```
> NumTask := 19
```

NumTask := 19

(2)

```
> DepVars := [U(u, v)] :
```

```
> G0 := ai2  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  U(x, y) - bi2  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  U(x, y) :
```

```
> oldvars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) \right]$  :
```

```
> vars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial u} U(u, v), \frac{\partial}{\partial v} U(u, v) \right]$  :
```

```
> j := 1 :
```

```
> for i from 1 to NumTask do
```

```
  Mi := RandomMatrix(2, 2, generator = -4..4); #Determinant(Mi);
```

```
  ai := Generate(integer(range = 1..32)); bi := Generate(integer(range = 1..32));
```

```
  if Determinant(Mi) ≠ 0 then
```

```
    trj := solve(convert(Matrix(Vectorcolumn([x, y])) - Mi.Matrix(Vectorcolumn([u, v])), 'list'),
      {x, y}); itrj := solve(trj, [u, v])1;
```

```
  xchj :=  $\left\{ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial y} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
  Xchj :=  $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
  #expand(simplify(simplify(dchange(tr0, G0, [u, v, U(u, v)]), 'size'), 'size')); solve(xchj, vars)1;
```

```
  Cj, fj := GenerateMatrix(map(simplify, solve(xchj, vars))1, 'symbolic'), oldvars);
```

```
  j := j + 1;
```

```
  else end if;
```

```
  end do;
```

```
> for i from 1 to j - 1 do
```

```
  printf("ЗАДАЧА # %d. Записать волновое уравнение в новых координатах. \n", i);
```

```
  printf("Волновое уравнение в декартовых координатах:");
```

```
  print(G0 = 0); printf("Новые (u,v) координаты:"); print(op(itr1));
```

```

printf("ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ: \n");#print(M1);#print(M1-1);
#printf("Старые (x,y) и новые (u,v) координаты:"); print(op(tri)); print(op(itri));
# print(xchi);
# print(Xchi);
#printf("Волновое уравнение в декартовых координатах:"); print(G0=0);
printf("Волновое уравнение в новых координатах:"); print(ToJet(simplify(dchange(tri, G0,
[u, v, U(u, v)]), 'size')=0, DepVars));
#printf("Якобиан преобразования координат:"); print(J=simplify(Determinant(Ci), 'symbolic
'));
printf("-----\n");
end do

```

ЗАДАЧА # 1. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$169 U_{x,x} - 1024 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}y, v = -\frac{1}{12}y + \frac{1}{3}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-\frac{29}{3} U_{u,u} - 66 U_{u,v} + \frac{35}{3} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 2. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$16 U_{x,x} - 36 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}y, v = -y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-\frac{560}{9} U_{u,u} + 96 U_{u,v} - 36 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 3. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$64 U_{x,x} - 25 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x, v = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{39}{4} U_{u,u} - \frac{11}{4} U_{u,v} - \frac{161}{16} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 4. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$400 U_{x,x} - 576 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{12} y - \frac{1}{3} x, v = \frac{1}{3} x + \frac{1}{6} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{364}{9} U_{u,u} - \frac{944}{9} U_{u,v} + \frac{256}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 5. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$841 U_{x,x} - 784 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3} y, v = x + y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$57 U_{v,v} - \frac{784}{9} U_{u,u} - \frac{1568}{3} U_{u,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 6. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$225 U_{x,x} - 64 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = x + 2y, v = -y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-31 U_{u,u} + 256 U_{u,v} - 64 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 7. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$169 U_{x,x} - 729 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{5} y + \frac{2}{5} x, v = \frac{1}{5} x - \frac{3}{5} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-\frac{53}{25} U_{u,u} - \frac{3698}{25} U_{u,v} - \frac{6392}{25} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 8. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$196 U_{x,x} - 49 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{5} y + \frac{2}{5} x, v = -\frac{1}{5} x - \frac{2}{5} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{147}{5} U_{u,u} - \frac{196}{5} U_{u,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 9. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$841 U_{x,x} - 225 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}y, v = \frac{1}{8}y + \frac{1}{2}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{13231}{64} U_{u,u} - \frac{13681}{32} U_{u,v} + \frac{13231}{64} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 10. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$361 U_{x,x} - 961 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{12}y + \frac{1}{6}x, v = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{161}{48} U_{u,u} - \frac{187}{2} U_{u,v} - \frac{200}{3} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 11. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$289 U_{x,x} - 9 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{4}y - \frac{3}{4}x, v = -x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$162 U_{u,u} + \frac{867}{2} U_{u,v} + 289 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 12. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$100 U_{x,x} - 729 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{8}y + \frac{3}{8}x, v = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{171}{64} U_{u,u} + \frac{1029}{16} U_{u,v} - \frac{629}{16} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 13. Записать волновое уравнение в новых координатах.
Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$4 U_{x,x} - 81 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{2}{3} x + \frac{1}{3} y, v = -\frac{1}{3} x + \frac{1}{3} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-\frac{65}{9} U_{u,u} - \frac{178}{9} U_{u,v} - \frac{77}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 14. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$144 U_{x,x} - 169 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = y - x, v = \frac{3}{2} x - 2 y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-25 U_{u,u} + 244 U_{u,v} - 352 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 15. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$81 U_{x,x} - 676 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{7} y + \frac{1}{7} x, v = \frac{2}{7} x - \frac{3}{14} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-\frac{85}{7} U_{u,u} + 48 U_{u,v} - \frac{171}{7} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 16. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$1024 U_{x,x} - 625 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3} x + \frac{1}{12} y, v = \frac{1}{4} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$\frac{1751}{16} U_{u,u} - \frac{625}{24} U_{u,v} - \frac{625}{16} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 17. Записать волновое уравнение в новых координатах.

Волновое уравнение в декартовых координатах:

$$676 U_{x,x} - 324 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = x - 3 y, v = y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Волновое уравнение в новых координатах:

$$-2240 U_{u, u} + 1944 U_{u, v} - 324 U_{v, v} = 0$$

