

```
> restart; with(Student[VectorCalculus]) : with(PDEtools) : with(Student[LinearAlgebra]) :
with(RandomTools) : with(PDEtools, D_Dx, declare, ToJet, FromJet) :
```

```
> declare([U(x, y)], prime) :
```

*The prime differentiation variable has not been declared yet*

*U(x, y) will now be displayed as U*

(1)

```
> NumTask := 19
```

*NumTask := 19*

(2)

```
> DepVars := [U(u, v)] :
```

```
> G0 := ai2 ·  $\frac{\partial}{\partial x}$  U(x, y) - bi2 ·  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  U(x, y) :
```

```
> oldvars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) \right]$  :
```

```
> vars :=  $\left[ \frac{\partial}{\partial u} U(u, v), \frac{\partial}{\partial v} U(u, v) \right]$  :
```

```
> j := 1 :
```

```
> for i from 1 to NumTask do
```

```
  Mi := RandomMatrix(2, 2, generator = -4..4); #Determinant(Mi);
```

```
  ai := Generate(integer(range = 1..31)); bi := Generate(integer(range = 1..31));
```

```
  if Determinant(Mi) ≠ 0 then
```

```
    trj := solve(convert(Matrix(Vectorcolumn([x, y])) - Mi.Matrix(Vectorcolumn([u, v])), 'list'),
      {x, y}); itrj := solve(trj, [u, v])1;
```

```
    xchj :=  $\left\{ \frac{\partial}{\partial x} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial x} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial}{\partial y} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial}{\partial y} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
    Xchj :=  $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y) = dchange\left(tr_j, \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(x, y), [u, v, U(u, v)]\right), \right\}$ ;
```

```
    #expand(simplify(simplify(dchange(tr0, G0, [u, v, U(u, v)]), 'size'), 'size')); solve(xchj, vars)1;
```

```
    Cj, fj := GenerateMatrix(map(simplify, solve(xchj, vars), 'symbolic'), oldvars);
```

```
    j := j + 1;
```

```
  else end if;
```

```
  end do;
```

```
> for i from 1 to j - 1 do
```

```
  printf("ЗАДАЧА # %d. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах. \n", i);
```

```
  printf("Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:"); print(G0 = 0);
```

```

printf("Новые (u,v) координаты:"); print(op(itri));
printf("ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ: \n"); #print(Mi); #print(Mi-1);
#printf("Старые (x,y) и новые (u,v) координаты:"); print(op(tri)); print(op(itri));
# print(xchi);
# print(Xchi);
#printf("Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:"); print(G0=0);
printf("Уравнение теплопроводности в новых координатах:");
print(ToJet(simplify(dchange(tri, G0, [u, v, U(u, v)]), 'size')=0, DepVars));
#printf("Якобиан преобразования координат:"); print(J=simplify(Determinant(Ci), 'symbolic
'));
printf("-----\n");
end do

```

ЗАДАЧА # 1. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$169 U_x - 36 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}y, v = -\frac{1}{12}y + \frac{1}{3}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-\frac{169}{3} U_u + \frac{169}{3} U_v - U_{u,u} - U_{u,v} - \frac{1}{4} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 2. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$36 U_x - 25 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3}x, v = \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$12 U_u - 9 U_v - \frac{25}{16} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 3. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$25 U_x - 676 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{3}y - \frac{2}{3}x, v = -x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-\frac{50}{3} U_u - 25 U_v - \frac{676}{9} U_{u,u} = 0$$

ЗАДАЧА # 4. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$576 U_x - 121 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{10} x - \frac{2}{5} y, v = \frac{1}{5} y + \frac{1}{5} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{288}{5} U_u + \frac{576}{5} U_v - \frac{484}{25} U_{u,u} + \frac{484}{25} U_{u,v} - \frac{121}{25} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 5. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$784 U_x - 841 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{10} x - \frac{3}{10} y, v = \frac{1}{10} y + \frac{3}{10} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{392}{5} U_u + \frac{1176}{5} U_v - \frac{7569}{100} U_{u,u} + \frac{2523}{50} U_{u,v} - \frac{841}{100} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 6. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$64 U_x - 100 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{3} x, v = \frac{1}{2} y - \frac{1}{6} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{64}{3} U_u - \frac{32}{3} U_v - 25 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 7. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$729 U_x - 256 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{5} y - \frac{1}{5} x, v = -\frac{2}{5} x - \frac{3}{5} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-\frac{729}{5} U_u - \frac{1458}{5} U_v - \frac{256}{25} U_{u,u} + \frac{1536}{25} U_{u,v} - \frac{2304}{25} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 8. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$49 U_x - 784 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{6} x - \frac{2}{3} y, v = \frac{1}{3} y + \frac{1}{6} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{49}{6} U_u + \frac{49}{6} U_v - \frac{3136}{9} U_{u,u} + \frac{3136}{9} U_{u,v} - \frac{784}{9} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 9. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$225 U_x - 225 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = \frac{1}{4} y + \frac{1}{16} x, v = \frac{1}{4} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{225}{16} U_u + \frac{225}{4} U_v - \frac{225}{16} U_{u,u} = 0$$

ЗАДАЧА # 10. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$961 U_x - 64 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -x + 4y, v = -y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-961 U_u - 1024 U_{u,u} + 512 U_{u,v} - 64 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 11. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$9 U_x - 25 U_{y,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{4} y - \frac{3}{8} x, v = -\frac{1}{4} x - \frac{1}{2} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-\frac{27}{8} U_u - \frac{9}{4} U_v - \frac{25}{16} U_{u,u} - \frac{25}{4} U_{u,v} - \frac{25}{4} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 12. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$729 U_x - 4 U_{y,y} = 0$$

Новые  $(u, v)$  координаты:

$$u = \frac{2}{7} y + \frac{1}{7} x, v = -\frac{2}{7} x + \frac{3}{7} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{729}{7} U_u - \frac{1458}{7} U_v - \frac{16}{49} U_{u,u} - \frac{48}{49} U_{u,v} - \frac{36}{49} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 13. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$81 U_x - 441 U_{y,y} = 0$$

Новые  $(u, v)$  координаты:

$$u = -\frac{1}{3} y - \frac{1}{3} x, v = -\frac{1}{3} x - \frac{4}{3} y$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-27 U_u - 27 U_v - 49 U_{u,u} - 392 U_{u,v} - 784 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 14. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$169 U_x - 361 U_{y,y} = 0$$

Новые  $(u, v)$  координаты:

$$u = \frac{1}{9} x - \frac{1}{6} y, v = -\frac{1}{6} y - \frac{2}{9} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$\frac{169}{9} U_u - \frac{338}{9} U_v - \frac{361}{36} U_{u,u} - \frac{361}{18} U_{u,v} - \frac{361}{36} U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 15. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$676 U_x - 144 U_{y,y} = 0$$

Новые  $(u, v)$  координаты:

$$u = -\frac{1}{2} x + y, v = -y + \frac{3}{4} x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-338 U_u + 507 U_v - 144 U_{u,u} + 288 U_{u,v} - 144 U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 16. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$625 U_x - 529 U_{y,y} = 0$$

Новые  $(u, v)$  координаты:

$$u = -\frac{1}{2}x, v = -y - \frac{3}{2}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-\frac{625}{2}U_u - \frac{1875}{2}U_v - 529U_{v,v} = 0$$

ЗАДАЧА # 17. Записать уравнение теплопроводности в новых координатах.

Уравнение теплопроводности в декартовых координатах:

$$324U_x - 121U_{x,y} = 0$$

Новые (u, v) координаты:

$$u = -\frac{1}{4}x, v = \frac{1}{3}y + \frac{1}{12}x$$

ОТВЕТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ:

Уравнение теплопроводности в новых координатах:

$$-81U_u + 27U_v - \frac{121}{9}U_{v,v} = 0$$

>