

(1)

```
> restart; with(plots, implicitplot) : with(RandomTools) :
```

```
> NumTask := 19
```

```
NumTask := 19
```

```
> reeq :=  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) = 0$  : imeq :=  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} v(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} v(x, y) = 0$  :
```

```
> for i from 1 to NumTask do
```

```
A := Matrix(1, 6, Generate(rational(denominator = 10), makeproc = true)) :
```

```
gi := A1,1 (z - A1,3 - IA1,4) +  $\frac{A_{1,2}}{(z - A_{1,3} - IA_{1,2})}$  ;
```

```
rei := u(x, y) = evalc(Re(eval((gi), [z = x + Iy]))) ; imi := v(x, y) = evalc(Im(eval((gi), [z = x + Iy]))) ;
```

```
end do:
```

```
> for i from 1 to NumTask do
```

```
printf("ЗАДАЧА # %d. Построить линии уровня потенциала: \n", i); print(φ(z) = gi);
```

```
printf("Проверить, удовлетворяет ли и действительная u, и мнимая v части потенциала уравнению Лапласа: \n"); print(eval(reeq, u = φ));
```

```
printf("-----\n");
```

```
end do:
```

```
ЗАДАЧА # 1. Построить линии уровня потенциала:
```

$$\phi(z) = \frac{1}{2} z + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} I + \frac{3}{10 \left( z + \frac{2}{5} - \frac{3}{10} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная u, и мнимая v части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

```
ЗАДАЧА # 2. Построить линии уровня потенциала:
```

$$\phi(z) = -\frac{2}{5} z + \frac{7}{25} - \frac{2}{25} I - \frac{1}{2 \left( z - \frac{7}{10} + \frac{1}{2} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная u, и мнимая v части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

```
ЗАДАЧА # 3. Построить линии уровня потенциала:
```

$$\phi(z) = \frac{4}{5} z - \frac{18}{25} - \frac{8}{25} I + \frac{1}{10 \left( z - \frac{9}{10} - \frac{1}{10} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная u, и мнимая v части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

```
ЗАДАЧА # 4. Построить линии уровня потенциала:
```

$$\phi(z) = -\frac{1}{5}z + \frac{2}{25} + \frac{1}{25}I$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 5. Построить линии уровня потенциала: -----

$$\phi(z) = \frac{3}{5}z + \frac{6}{25} - \frac{9}{50}I - \frac{9}{10 \left( z + \frac{2}{5} + \frac{9}{10}I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 6. Построить линии уровня потенциала: -----

$$\phi(z) = -\frac{3}{10}z + \frac{3}{25} + \frac{3}{20}I - \frac{7}{10 \left( z - \frac{2}{5} + \frac{7}{10}I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 7. Построить линии уровня потенциала: -----

$$\phi(z) = \frac{1}{5}z + \frac{1}{25} + \frac{7}{50}I + \frac{9}{10 \left( z + \frac{1}{5} - \frac{9}{10}I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 8. Построить линии уровня потенциала: -----

$$\phi(z) = -\frac{7}{10}z - \frac{7}{20} - \frac{1}{2 \left( z + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 9. Построить линии уровня потенциала: -----

$$\phi(z) = -\frac{1}{5}z - \frac{4}{25} - \frac{1}{50}I + \frac{1}{2 \left( z + \frac{4}{5} - \frac{1}{2}I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 10. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{3}{5}z + \frac{9}{50} + \frac{27}{50}I + \frac{1}{5\left(z - \frac{3}{10} - \frac{1}{5}I\right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 11. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{1}{10}z + \frac{1}{100} - \frac{1}{50}I + \frac{1}{5\left(z - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}I\right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 12. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = \frac{4}{5}z - \frac{6}{25} + \frac{4}{25}I + \frac{1}{10\left(z - \frac{3}{10} - \frac{1}{10}I\right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 13. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = \frac{7}{10}z + \frac{7}{100} + \frac{7}{100}I - \frac{4}{5\left(z + \frac{1}{10} + \frac{4}{5}I\right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 14. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{3}{5}z - \frac{9}{25} - \frac{9}{25}I - \frac{2}{5\left(z + \frac{3}{5} + \frac{2}{5}I\right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 15. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{4}{5} z - \frac{16}{25} + \frac{2}{25} I + \frac{3}{5 \left( z + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 16. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{7}{10} z + \frac{7}{25} - \frac{21}{100} I - \frac{1}{2 \left( z - \frac{2}{5} + \frac{1}{2} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 17. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{1}{2} z + \frac{1}{20} - \frac{3}{10} I + \frac{3}{5 \left( z - \frac{1}{10} - \frac{3}{5} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 18. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = \frac{1}{10} z + \frac{1}{25} + \frac{1}{50} I + \frac{1}{10 \left( z + \frac{2}{5} - \frac{1}{10} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

ЗАДАЧА # 19. Построить линии уровня потенциала:

$$\phi(z) = -\frac{1}{10} z + \frac{2}{25} + \frac{7}{100} I - \frac{7}{10 \left( z - \frac{4}{5} + \frac{7}{10} I \right)}$$

Проверить, удовлетворяет ли и действительная  $u$ , и мнимая  $v$  части потенциала уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = 0$$

## Пример

>  $\phi := g_{NumTask}$

$$\phi := -\frac{1}{10}z + \frac{2}{25} + \frac{7}{100}I - \frac{7}{10\left(z - \frac{4}{5} + \frac{7}{10}I\right)} \quad (2)$$

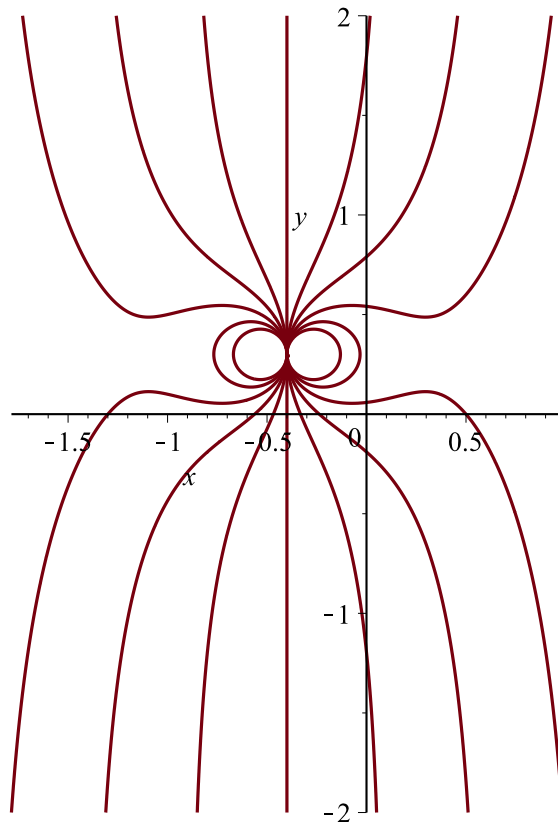
>  $re_1; im_1$

$$u(x, y) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2}x + \frac{3}{10} \frac{x + \frac{2}{5}}{\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2}$$

$$v(x, y) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2}y - \frac{3}{10} \frac{y - \frac{3}{10}}{\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2} \quad (3)$$

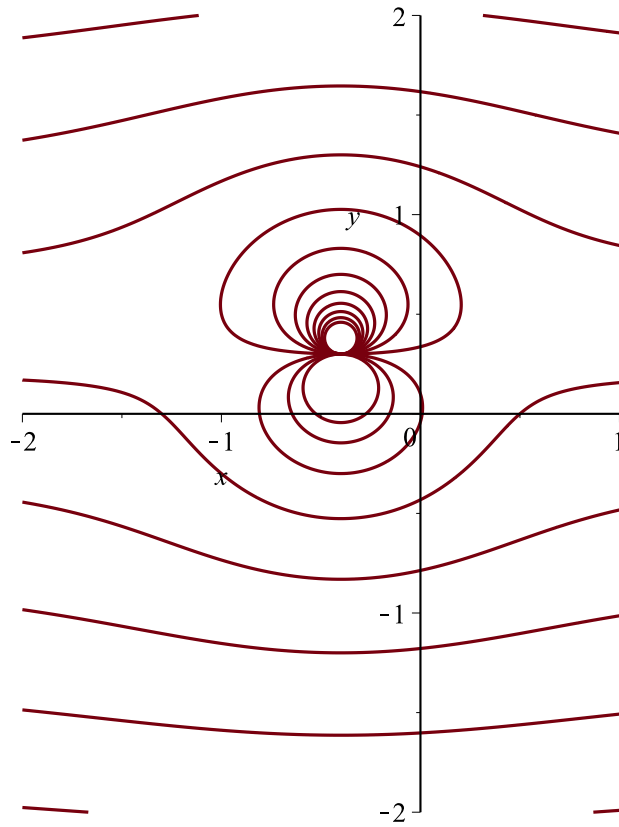
>  $ref_1 := [seq(rhs(re_1) = 0.250 \cdot i, i = -5 .. 5)]:$

>  $implicitplot(ref_1, x = -2 .. 1, y = -2 .. 2, gridrefine = 4, scaling = constrained);$

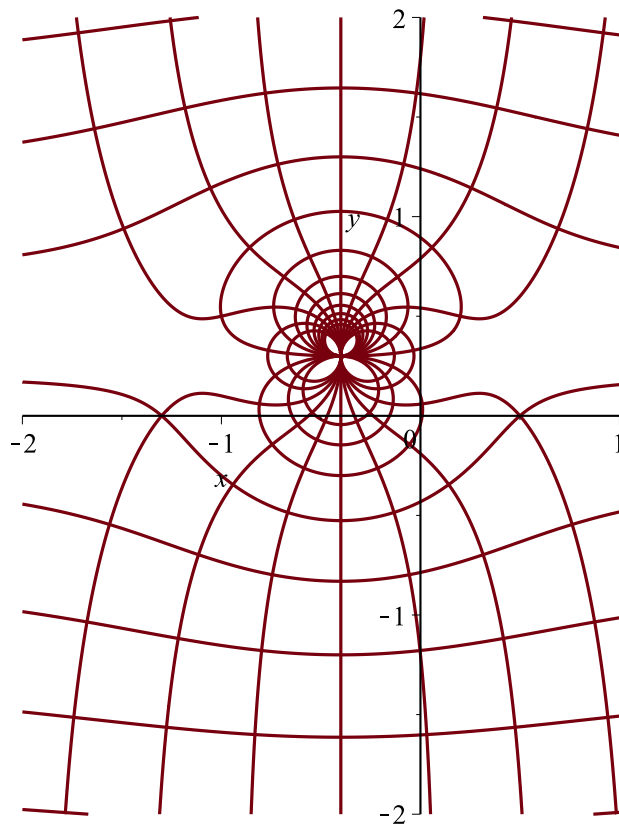


```
> imf1 := [seq(rhs(im1) = 0.250·i, i = -5..5)]:
```

```
> implicitplot(imf1, x = -2..1, y = -2..2, gridrefine = 4, scaling = constrained);
```



```
> implicitplot([op(ref1), op(imf1)], x = -2..1, y = -2..2, gridrefine = 4, scaling = constrained)
```



## ПРОВЕРКА

> *eval(reeq, re<sub>1</sub>)*

$$\begin{aligned}
 & -\frac{3}{5} \frac{2x + \frac{4}{5}}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^2} + \frac{3}{5} \frac{\left(x + \frac{2}{5}\right) \left(2x + \frac{4}{5}\right)^2}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^3} \\
 & -\frac{6}{5} \frac{x + \frac{2}{5}}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^2} + \frac{3}{5} \frac{\left(x + \frac{2}{5}\right) \left(2y - \frac{3}{5}\right)^2}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^3} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

> *simplify(eval(reeq, re<sub>1</sub>), 'size')*

$$0 = 0 \tag{5}$$

> *eval(imeq, im<sub>1</sub>)*

(6)

$$\begin{aligned}
 & -\frac{3}{5} \frac{\left(y - \frac{3}{10}\right) \left(2x + \frac{4}{5}\right)^2}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^3} + \frac{6}{5} \frac{y - \frac{3}{10}}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^2} \\
 & + \frac{3}{5} \frac{2y - \frac{3}{5}}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^2} - \frac{3}{5} \frac{\left(y - \frac{3}{10}\right) \left(2y - \frac{3}{5}\right)^2}{\left(\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{10}\right)^2\right)^3} = 0
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

```

> simplify(eval(imeq, im1), 'size')
0 = 0

```

(7)