> *restart*;

Правило	**Альтернативные имена**	**Описание**
Постоянная	constant	$\int c\,dx = c\,x$
Умножение на константу	constantmultiple	$\int c\,f(x)\,dx = c\left(\int f(x)\,dx\right)$
правило дифференцирования	diff	$\int \frac{d}{dx} f(x)\,dx = f(x)$
Разность	difference	$\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \left(\int g(x)\,dx\right)$
Эквивалентность	identity	$\int x\,dx = \frac{1}{2}\,x^2$
Частичные суммы	partialfractions	$\int f(x)\,dx = \int (R_1(x) + R_2(x) + \ldots)\,dx$, где $R_1(x) + R_2(x) + \ldots$ представление функции $f(x)$
Степенное правило	power	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ $\int_a^b x^n\,dx = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$
Переход к старым переменным	revert	Обратная замена переменных
Решение	solve	Алгебраически решают уравнение, в котором один и тот же интеграл появляется более одного раза (часто используется после нескольких этапов интегрирования по частям)
Сумма	sum	$\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

> *with*(*Student*:-*Calculus1*) :

> *#infolevel[Student*[*Calculus1*]]:= 1 :

> $J_1 := \int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx : J_2 := \int \frac{1}{1 - 10\,x}\,dx : J_3 := Int\left(\sqrt{3 + x}, x\right) : J_4 := \int \frac{2\,x + 1}{x^2 + x - 3}\,dx :$

> $seq\left(I_j = J_j, j = 1..4\right)$

$$I_1 = \int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx,\ I_2 = \int \frac{1}{1 - 10\,x}\,dx,\ I_3 = \int \sqrt{3 + x}\,dx,\ I_4 = \int \frac{2\,x + 1}{x^2 + x - 3}\,dx \qquad \textbf{(1)}$$

> $mess_1$:= *sprintf* ("стр.: %d - %d, Высшая математика, %d. Киреева ЮГ, Петров ВВ", 28, 29, 4) :

> $seq\left(Hint\left(J_i\right), i = 1..4\right)$:

> *ShowSolution* (GetProblem(1, internal)); $mess_1$;

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$$

$$= \int a^2 \cos(u)^2\, du \qquad [change, x = a \sin(u), u]$$

$$= a^2 \left(\int \cos(u)^2\, du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= a^2 \left(\int \left(\frac{\cos(2\,u)}{2} + \frac{1}{2}\right) du\right) \qquad \left[rewrite, \cos(u)^2 = \frac{\cos(2\,u)}{2} + \frac{1}{2}\right]$$

$$= a^2 \left(\int \frac{\cos(2\,u)}{2}\, du + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [sum]$$

$$= a^2 \left(\frac{\int \cos(2\,u)\, du}{2} + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= a^2 \left(\frac{\int \frac{\cos(u1)}{2}\, du1}{2} + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [change, u1 = 2\,u, u1]$$

$$= a^2 \left(\frac{\int \cos(u1)\, du1}{4} + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= a^2 \left(\frac{\sin(u1)}{4} + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [\cos]$$

$$= a^2 \left(\frac{\sin(2\,u)}{4} + \int \frac{1}{2}\, du\right) \qquad [revert]$$

$$= a^2 \left(\frac{\sin(2\,u)}{4} + \frac{u}{2}\right) \qquad [constant]$$

$$= a^2 \left(\frac{x\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}{2\,a} + \frac{\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)}{2}\right) \qquad [revert]$$

"стр.: 28 - 29, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(2)**

> *ShowSolution*(GetProblem(2, internal)); mess_1;

$$\int \frac{1}{1-10x}\,dx$$

$$= \int -\frac{1}{10u}\,du \qquad [change, u = 1-10x, u]$$

$$= -\frac{\left(\int \frac{1}{u}\,du\right)}{10} \qquad [constantmultiple]$$

$$= -\frac{\ln(u)}{10} \qquad [power]$$

$$= -\frac{\ln(1-10x)}{10} \qquad [revert]$$

"стр.: 28 - 29, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(3)**

> *ShowSolution*(GetProblem(3, internal)); $mess_1$;

$$\int \sqrt{3+x}\,dx$$

$$= \int 2u^2\,du \qquad [change, 3+x = u^2, u]$$

$$= 2\left(\int u^2\,du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= \frac{2u^3}{3} \qquad [power]$$

$$= \frac{2(3+x)^{3/2}}{3} \qquad [revert]$$

"стр.: 28 - 29, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(4)**

> *ShowSolution*(GetProblem(4, internal)); $mess_1$;

$$\int \frac{2x+1}{x^2+x-3}\,dx$$

$$= \int \frac{1}{u}\,du \qquad [change, u = x^2+x-3, u]$$

$$= \ln(u) \qquad [power]$$

$$= \ln(x^2+x-3) \qquad [revert]$$

"стр.: 28 - 29, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(5)**

>