```
> restart;
```

Правило	**Альтернативные имена**	**Описание**
Постоянная	constant	$\int c\,dx = c\,x$
Умножение на константу	constantmultiple	$\int c\,f(x)\,dx = c\left(\int f(x)\,dx\right)$
правило дифференцирования	diff	$\int \frac{d}{dx} f(x)\,dx = f(x)$
Разность	difference	$\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \left(\int g(x)\,dx\right)$
Эквивалентность	identity	$\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2$
Частичные суммы	partialfractions	$\int f(x)\,dx = \int (R_1(x) + R_2(x) + ...)\,dx$, где $R_1(x) + R_2(x) + ...$ представление функции $f(x)$
Степенное правило	power	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ $\int_a^b x^n\,dx = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$
Переход к старым переменным	revert	Обратная замена переменных
Решение	solve	Алгебраически решают уравнение, в котором один и тот же интеграл появляется более одного раза (часто используется после нескольких этапов интегрирования по частям)
Сумма	sum	$\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

```
> with(Student:-Calculus1) :
> #infolevel[Student[Calculus1]]:= 1 :
```

$$> J_1 := \int \frac{\arcsin^2(x) + 2x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx : J_2 := \int \frac{1}{\sqrt{x+2} + 3}\,dx : J_3 := \int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}\,dx : J_4 := Int\left(\frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}, x\right) :$$

$$> seq(I_j = J_j, j = 1..4)$$

$$I_1 = \int \frac{\arcsin(x)^2 + 2x}{\sqrt{-x^2+1}}\,dx,\ I_2 = \int \frac{1}{\sqrt{x+2}+3}\,dx,\ I_3 = \int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}\,dx,\ I_4 = \int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx \qquad (1)$$

$$> mess_1 := sprintf(\text{"стр.: \%d, Высшая математика, \%d. Киреева ЮГ, Петров ВВ"}, 30, 4) :$$

> $seq(Hint(J_i), i=1..4)$:

> $ShowSolution(\mathrm{GetProblem}(1, \mathrm{internal}))$; mess_1;

$$\int \frac{\arcsin(x)^2+2x}{\sqrt{-x^2+1}}\,dx$$

$$= \int \left(\arcsin(\sin(u))^2+2\sin(u)\right) du \qquad [change, \sin(u)=x$$

$$= \int \arcsin(\sin(u))^2\, du + \int 2\sin(u)\, du \qquad [sum]$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \left(\int 2u\arcsin(\sin(u))\, du\right) + \int 2\sin(u)\, du \qquad [parts, \arcsin(\sin(u)$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - 2\left(\int u\arcsin(\sin(u))\, du\right) + \int 2\sin(u)\, du \qquad [constantmultiple$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \arcsin(\sin(u))\, u^2 + 2\left(\int \frac{u^2}{2}\, du\right) + \int 2\sin(u)\, du \qquad [parts, \arcsin(\sin(u))$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \arcsin(\sin(u))\, u^2 + \int u^2\, du + \int 2\sin(u)\, du \qquad [constantmultiple$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \arcsin(\sin(u))\, u^2 + \frac{u^3}{3} + \int 2\sin(u)\, du \qquad [power]$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \arcsin(\sin(u))\, u^2 + \frac{u^3}{3} + 2\left(\int \sin(u)\, du\right) \qquad [constantmultiple$$

$$= \arcsin(\sin(u))^2 u - \arcsin(\sin(u))\, u^2 + \frac{u^3}{3} - 2\cos(u) \qquad [\sin]$$

$$= \frac{\arcsin(x)^3}{3} - 2\sqrt{-x^2+1} \qquad [revert]$$

"стр.: 30, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(2)**

> $ShowSolution(\mathrm{GetProblem}(2, \mathrm{internal}))$; mess_1;

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+2}+3}\,dx$$

$$= \int \left(2 - \frac{6}{u+3}\right) du \qquad [change, x+2=u^2, u]$$

$$= \int 2\,du + \int -\frac{6}{u+3}\,du \qquad [sum]$$

$$= 2u + \int -\frac{6}{u+3}\,du \qquad [constant]$$

$$= 2u - 6\left(\int \frac{1}{u+3}\,du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= 2u - 6\left(\int \frac{1}{u1}\,du1\right) \qquad [change, u1 = u+3, u1]$$

$$= 2u - 6\ln(u1) \qquad [power]$$

$$= 2u - 6\ln(u+3) \qquad [revert]$$

$$= 2\sqrt{x+2} - 6\ln\left(\sqrt{x+2}+3\right) \qquad [revert]$$

"стр.: 30, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(3)**

> *ShowSolution*(GetProblem(3, internal)); $mess_1$;

$$\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}\,dx$$

$$= \int -\sin(u)\,du \qquad \left[change, u = \frac{1}{x}, u\right]$$

$$= -\left(\int \sin(u)\,du\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= \cos(u) \qquad [\sin]$$

$$= \cos\left(\frac{1}{x}\right) \qquad [revert]$$

"стр.: 30, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(4)**

> *ShowSolution*(GetProblem(4, internal)); $mess_1$;

$$\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

$$= \int 2\sin(u)\,\mathrm{d}u \qquad \left[\mathit{change}, u = \sqrt{x}, u\right]$$

$$= 2\left(\int \sin(u)\,\mathrm{d}u\right) \qquad [\mathit{constantmultiple}]$$

$$= -2\cos(u) \qquad [\sin]$$

$$= -2\cos(\sqrt{x}) \qquad [\mathit{revert}]$$

"стр.: 30, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(5)**

>