> *restart*;

Правило	**Альтернативные имена**	**Описание**
Постоянная	constant	$\int c\,dx = c\,x$
Умножение на константу	constantmultiple	$\int c\,f(x)\,dx = c\left(\int f(x)\,dx\right)$
правило дифференцирования	diff	$\int \frac{d}{dx} f(x)\,dx = f(x)$
Разность	difference	$\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \left(\int g(x)\,dx\right)$
Эквивалентность	identity	$\int x\,dx = \frac{1}{2}\,x^2$
Частичные суммы	partialfractions	$\int f(x)\,dx = \int (R_1(x) + R_2(x) + ...)\,dx$, где $R_1(x) + R_2(x) + ...$ представление функции $f(x)$
Степенное правило	power	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ $\int_a^b x^n\,dx = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$
Переход к старым переменным	revert	Обратная замена переменных
Решение	solve	Алгебраически решают уравнение, в котором один и тот же интеграл появляется более одного раза (часто используется после нескольких этапов интегрирования по частям)
Сумма	sum	$\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

> *with*(*Student:-Calculus1*) :

> *#infolevel[Student[Calculus1]]:= 1 :*

> $J_1 := \int \frac{x^2}{x-2}\,dx : J_2 := Int\left(\frac{x^3}{x+1}, x\right) : J_3 := Int\left(\frac{x^3+x+1}{x^2+1}, x\right) : J_4 := Int\left(\frac{2\,x^4 - x^3 + 5}{x^3 - 9\,x}, x\right) :$

> $seq(I_j = J_j, j = 1..4)$

$$I_1 = \int \frac{x^2}{x-2}\,dx,\ I_2 = \int \frac{x^3}{x+1}\,dx,\ I_3 = \int \frac{x^3+x+1}{x^2+1}\,dx,\ I_4 = \int \frac{2\,x^4 - x^3 + 5}{x^3 - 9\,x}\,dx \quad \textbf{(1)}$$

> $\mathrm{mess}_1 := sprintf$("стр.: %d, Высшая математика, %d. Киреева ЮГ, Петров ВВ", 51, 4) :

> $seq(Hint(J_i), i = 1..4)$:

> *ShowSolution*(GetProblem(1, internal)); mess_1;

$$\int \frac{x^2}{x-2}\, dx$$

$$= \int \left(x+2+\frac{4}{x-2}\right) dx \qquad \left[rewrite, \frac{x^2}{x-2} = x+2 + \frac{4}{x-2}\right]$$

$$= \int x\, dx + \int 2\, dx + \int \frac{4}{x-2}\, dx \qquad [sum]$$

$$= \frac{x^2}{2} + \int 2\, dx + \int \frac{4}{x-2}\, dx \qquad [power]$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2\,x + \int \frac{4}{x-2}\, dx \qquad [constant]$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2\,x + 4\left(\int \frac{1}{x-2}\, dx\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2\,x + 4\left(\int \frac{1}{u}\, du\right) \qquad [change, u = x-2, u]$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2\,x + 4\ln(u) \qquad [power]$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2\,x + 4\ln(x-2) \qquad [revert]$$

"стр.: 51, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(2)**

> *ShowSolution*(GetProblem(2, internal)); mess_1;

$$\int \frac{x^3}{x+1}\,dx$$

$$= \int \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right) dx \qquad \left[rewrite, \frac{x^3}{x+1} = x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right]$$

$$= \int x^2\,dx + \int -x\,dx + \int 1\,dx + \int -\frac{1}{x+1}\,dx \qquad [sum]$$

$$= \frac{x^3}{3} + \int -x\,dx + \int 1\,dx + \int -\frac{1}{x+1}\,dx \qquad [power]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \left(\int x\,dx\right) + \int 1\,dx + \int -\frac{1}{x+1}\,dx \qquad [constantmultiple]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \int 1\,dx + \int -\frac{1}{x+1}\,dx \qquad [power]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \int -\frac{1}{x+1}\,dx \qquad [constant]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \left(\int \frac{1}{x+1}\,dx\right) \qquad [constantmultiple]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \left(\int \frac{1}{u}\,du\right) \qquad [change, u = x+1, u]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln(u) \qquad [power]$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln(x+1) \qquad [revert]$$

"стр.: 51, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(3)**

> *ShowSolution*(GetProblem(3, internal)); mess_1;

$$\int \frac{x^3+x+1}{x^2+1}\,dx$$

$$= \int \left(x+\frac{1}{x^2+1}\right) dx \qquad \left[rewrite, \frac{x^3+x+1}{x^2+1} = x + \frac{1}{x^2+1}\right]$$

$$= \int x\,dx + \int \frac{1}{x^2+1}\,dx \qquad [sum]$$

$$= \frac{x^2}{2} + \int \frac{1}{x^2+1}\,dx \qquad [power]$$

$$= \frac{x^2}{2} + \int 1\,du \qquad [change, x = \tan(u), u]$$

$$= \frac{x^2}{2} + u \qquad [constant]$$

$$= \frac{x^2}{2} + \arctan(x) \qquad [revert]$$

"стр.: 51, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(4)**

> *ShowSolution*(GetProblem(4, internal)); $mess_1$;

$$\int \frac{2x^4 - x^3 + 5}{x^3 - 9x}\,dx$$

$$= \int \left(2x - 1 + \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\right) dx \qquad \left[rewrite, \frac{2x^4 - x^3 + 5}{x^3 - 9x} = 2x - 1 + \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\right]$$

$$= \int 2x\,dx + \int (-1)\,dx + \int \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\,dx \qquad [sum]$$

$$= 2\left(\int x\,dx\right) + \int (-1)\,dx + \int \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\,dx \qquad [constantmultiple]$$

$$= x^2 + \int (-1)\,dx + \int \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\,dx \qquad [power]$$

$$= x^2 + \int \frac{18x^2 - 9x + 5}{x(x^2 - 9)}\,dx - x \qquad [constant]$$

$$= x^2 + \int \left(\frac{97}{9(x+3)} - \frac{5}{9x} + \frac{70}{9(x-3)}\right) dx - x \qquad [partialfractions]$$

$$= x^2 + \int \frac{97}{9(x+3)}\,dx + \int -\frac{5}{9x}\,dx + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [sum]$$

$$= x^2 + \frac{97\left(\int \frac{1}{x+3}\,dx\right)}{9} + \int -\frac{5}{9x}\,dx + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [constantmultiple]$$

$$= x^2 + \frac{97\left(\int \frac{1}{u}\,du\right)}{9} + \int -\frac{5}{9x}\,dx + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [change, u = x+3, u]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(u)}{9} + \int -\frac{5}{9x}\,dx + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [power]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} + \int -\frac{5}{9x}\,dx + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [revert]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\left(\int \frac{1}{x}\,dx\right)}{9} + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [constantmultiple]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\ln(x)}{9} + \int \frac{70}{9(x-3)}\,dx - x \qquad [power]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\ln(x)}{9} + \frac{70\left(\int \frac{1}{x-3}\,dx\right)}{9} - x \qquad [constantmultiple]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\ln(x)}{9} + \frac{70\left(\int \frac{1}{u}\,du\right)}{9} - x \qquad [change, u = x-3, u]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\ln(x)}{9} + \frac{70\ln(u)}{9} - x \qquad [power]$$

$$= x^2 + \frac{97\ln(x+3)}{9} - \frac{5\ln(x)}{9} + \frac{70\ln(x-3)}{9} - x \qquad [revert]$$

"стр.: 51, Высшая математика, 4. Киреева ЮГ, Петров ВВ" **(5)**

>