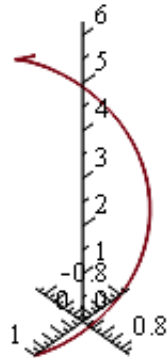


## Криволинейные интеграла первого рода

Пример. Рассмотрим виток следующей спирали в декартовых осях  $[x, y, z]$ .

$$\text{helix} := (\cos(t))e_x + (\sin(t))e_y + (t)e_z$$

(1)



Graph of the curve represented parametrically by the components of the given vector.

Длина спирали такова:

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin(t)^2 + \cos(t)^2} dt$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2} dt \quad [\text{rewrite, } \sqrt{1 + \sin(t)^2 + \cos(t)^2} = \sqrt{2}]$$

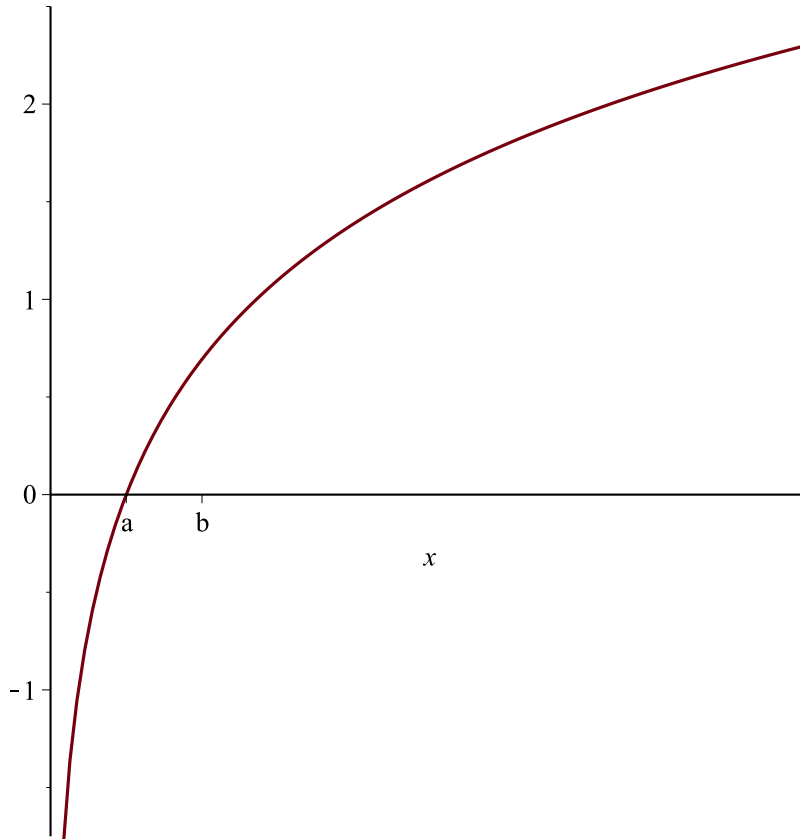
(2)

$$= 2\sqrt{2} \pi \quad [\text{constant}]$$

И соответствующий интеграл из лекций:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} (\cos(t)^2 + \sin(t)^2 + t^2) \sqrt{1 + \sin(t)^2 + \cos(t)^2} dt \\
&= \int_0^{2\pi} (\sqrt{2} \sin(t)^2 + \sqrt{2} \cos(t)^2 + \sqrt{2} t^2) dt \\
&= \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \sin(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \sin(t)^2 dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2t)}{2} \right) dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} dt + \int_0^{2\pi} -\frac{\cos(2t)}{2} dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \pi + \int_0^{2\pi} -\frac{\cos(2t)}{2} dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \pi - \frac{\left( \int_0^{2\pi} \cos(2t) dt \right)}{2} \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \pi - \frac{\left( \int_0^{4\pi} \frac{\cos(u)}{2} du \right)}{2} \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \left( \pi - \frac{\left( \int_0^{4\pi} \cos(u) du \right)}{4} \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \pi + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cos(t)^2 dt + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \pi + \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \cos(t)^2 dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \pi + \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos(2t)}{2} + \frac{1}{2} \right) dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \pi + \sqrt{2} \left( \int_0^{2\pi} \frac{\cos(2t)}{2} dt + \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt \\
&= \sqrt{2} \pi + \sqrt{2} \left( \frac{\left( \int_0^{2\pi} \cos(2t) dt \right)}{2} + \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} dt \right) + \int_0^{2\pi} \sqrt{2} t^2 dt
\end{aligned}$$

Ещё один пример из лекций: интеграл  $\int_{\Lambda} x^2 ds$  вдоль  $\Lambda$ , что представляет собой кусок логарифма, от  $a = 1$  до  $b = 2$ .



Длина кривой такова:

$$\int_1^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$$

$$= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \left( 1 + \frac{1}{u^2 - 1} \right) du$$

$$= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} 1 du + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{u^2 - 1} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{u^2 - 1} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \left( \frac{1}{2(u-1)} - \frac{1}{2(u+1)} \right) du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{2(u-1)} du + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} -\frac{1}{2(u+1)} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} + \frac{\left( \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{u-1} du \right)}{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} -\frac{1}{2(u+1)} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} + \frac{\left( \int_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{5}-1} \frac{1}{u} du \right)}{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} -\frac{1}{2(u+1)} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} - \frac{\ln(\sqrt{2}-1)}{2} + \frac{\ln(\sqrt{5}-1)}{2} + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} -\frac{1}{2(u+1)} du$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} - \frac{\ln(\sqrt{2}-1)}{2} + \frac{\ln(\sqrt{5}-1)}{2} - \frac{\left( \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{u+1} du \right)}{2}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{2} - \frac{\ln(\sqrt{2}-1)}{2} + \frac{\ln(\sqrt{5}-1)}{2} - \frac{\left( \int_{\sqrt{2}+1}^{\sqrt{5}+1} \frac{1}{u} du \right)}{2}$$

[ chan\  
ge,  
x<sup>2</sup>  
+ 1  
= u<sup>2</sup>, u ]

[ sum,\  
 ]

[ cons,\  
tant,\  
 ]

[ part,\  
ialfr,\  
actio,\  
ns]

[ sum,\  
 ]

(4)

[ cons,\  
tant,\  
mult,\  
iple]

[ chan\  
ge,  
u1  
= u  
- 1

[ u1]  
pow,\  
er]

[ cons,\  
tant,\  
mult,\  
iple]

И ещё соответствующий интеграл из лекций:

$$\begin{aligned} \int_1^2 x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx &= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} u^2 du && [\text{change, } x^2 + 1 = u^2, u] && (5) \\ &= \frac{5\sqrt{5}}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} && [\text{power}] \end{aligned}$$

Ещё примеры решения абстрактных задач

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 1

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (88x + 94)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -1..5$$

Подынтегральная функция:

$$-34x^2 + 52xy + 87y^2 + x + 11y - 11$$

Детали решения:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 (-34x^2 + 52x(88x + 94) + 87(88x + 94)^2 + 969x + 1023) \sqrt{7745} dx &= \int_{-1}^5 5(135654x^2 + 289037x + 153951) \sqrt{7745} dx \\ &= 5\sqrt{7745} \left( \int_{-1}^5 (135654x^2 + 289037x + 153951) dx \right) \\ &= 5\sqrt{7745} \left( \int_{-1}^5 135654x^2 dx + \int_{-1}^5 289037x dx + \int_{-1}^5 153951 dx \right) \\ &= 5\sqrt{7745} \left( 135654 \left( \int_{-1}^5 x^2 dx \right) + \int_{-1}^5 289037x dx + \int_{-1}^5 153951 dx \right) \\ &= 5\sqrt{7745} \left( 5697468 + \int_{-1}^5 289037x dx + \int_{-1}^5 153951 dx \right) \\ &= 5\sqrt{7745} \left( 5697468 + 289037 \left( \int_{-1}^5 x dx \right) + \int_{-1}^5 153951 dx \right) \\ &= 5\sqrt{7745} \left( 9165912 + \int_{-1}^5 153951 dx \right) \\ &= 50448090 \sqrt{7745} \end{aligned}$$

Ответ:

$$50448090 \sqrt{7745}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 2

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-91x - 53)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..8$$

Подынтегральная функция:

$$75x^2 + 10xy + 60y^2 + 18x - 90y + 11$$

Детали решения:

$$\int_{-6}^8 (75x^2 + 10x(-91x - 53) + 60(-91x - 53)^2 + 8208x + 4781) \sqrt{8282} dx$$

$$= \int_{-6}^8 (496025x^2 + 586438x + 173321) \sqrt{8282} dx$$

$$= \sqrt{8282} \left( \int_{-6}^8 (496025x^2 + 586438x + 173321) dx \right)$$

$$= \sqrt{8282} \left( \int_{-6}^8 496025x^2 dx + \int_{-6}^8 586438x dx + \int_{-6}^8 173321 dx \right)$$

$$= \sqrt{8282} \left( 496025 \left( \int_{-6}^8 x^2 dx \right) + \int_{-6}^8 586438x dx + \int_{-6}^8 173321 dx \right)$$

$$= \sqrt{8282} \left( \frac{361106200}{3} + \int_{-6}^8 586438x dx + \int_{-6}^8 173321 dx \right)$$

$$= \sqrt{8282} \left( \frac{361106200}{3} + 586438 \left( \int_{-6}^8 x dx \right) + \int_{-6}^8 173321 dx \right)$$

$$= \sqrt{8282} \left( \frac{385736596}{3} + \int_{-6}^8 173321 dx \right)$$

$$= \frac{393016078 \sqrt{8282}}{3}$$

Ответ:

$$\frac{393016078 \sqrt{8282}}{3}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 3

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-84x - 60)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..3$$

Подынтегральная функция:

$$76x^2 - 44xy - 72y^2 + 67x + 2y + 4$$

Детали решения:

$$\begin{aligned}
& \int_{-9}^3 (76x^2 - 44x(-84x - 60) - 72(-84x - 60)^2 - 101x - 116) \sqrt{7057} \, dx \\
&= \int_{-9}^3 -(504260x^2 + 723221x + 259316) \sqrt{7057} \, dx \\
&= -\sqrt{7057} \left( \int_{-9}^3 (504260x^2 + 723221x + 259316) \, dx \right) \\
&= -\sqrt{7057} \left( \int_{-9}^3 504260x^2 \, dx + \int_{-9}^3 723221x \, dx + \int_{-9}^3 259316 \, dx \right) \\
&= -\sqrt{7057} \left( 504260 \left( \int_{-9}^3 x^2 \, dx \right) + \int_{-9}^3 723221x \, dx + \int_{-9}^3 259316 \, dx \right) \\
&= -\sqrt{7057} \left( 127073520 + \int_{-9}^3 723221x \, dx + \int_{-9}^3 259316 \, dx \right) \\
&= -\sqrt{7057} \left( 127073520 + 723221 \left( \int_{-9}^3 x \, dx \right) + \int_{-9}^3 259316 \, dx \right) \\
&= -\sqrt{7057} \left( 101037564 + \int_{-9}^3 259316 \, dx \right) \\
&= -104149356 \sqrt{7057}
\end{aligned}$$

Ответ:

$$-104149356 \sqrt{7057}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 4

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (72x - 64)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..7$$

Подынтегральная функция:

$$84x^2 + 77xy + 63y^2 - 46x + 27y - 43$$

Детали решения:

$$\begin{aligned}
& \int_{-8}^7 (84x^2 + 77x(72x - 64) + 63(72x - 64)^2 + 1898x - 1771) \sqrt{5185} \, dx \\
&= \int_{-8}^7 (332220x^2 - 583638x + 256277) \sqrt{5185} \, dx \\
&= \sqrt{5185} \left( \int_{-8}^7 (332220x^2 - 583638x + 256277) \, dx \right) \\
&= \sqrt{5185} \left( \int_{-8}^7 332220x^2 \, dx + \int_{-8}^7 -583638x \, dx + \int_{-8}^7 256277 \, dx \right) \\
&= \sqrt{5185} \left( 332220 \left( \int_{-8}^7 x^2 \, dx \right) + \int_{-8}^7 -583638x \, dx + \int_{-8}^7 256277 \, dx \right) \\
&= \sqrt{5185} \left( 94682700 + \int_{-8}^7 -583638x \, dx + \int_{-8}^7 256277 \, dx \right) \\
&= \sqrt{5185} \left( 94682700 - 583638 \left( \int_{-8}^7 x \, dx \right) + \int_{-8}^7 256277 \, dx \right) \\
&= \sqrt{5185} \left( 99059985 + \int_{-8}^7 256277 \, dx \right) \\
&= 102904140 \sqrt{5185}
\end{aligned}$$

Ответ:

$$102904140 \sqrt{5185}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 5

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-45x - 34)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..6$$

Подынтегральная функция:

$$-2x^2 - 45xy + 58y^2 - 85x - 62y - 77$$

Детали решения:



$$\begin{aligned}
& \int_{-8}^6 (-2x^2 - 45x(-45x - 34) + 58(-45x - 34)^2 + 2705x + 2031) \sqrt{2026} \, dx \\
&= \int_{-8}^6 (119473x^2 + 181715x + 69079) \sqrt{2026} \, dx \\
&= \sqrt{2026} \left( \int_{-8}^6 (119473x^2 + 181715x + 69079) \, dx \right) \\
&= \sqrt{2026} \left( \int_{-8}^6 119473x^2 \, dx + \int_{-8}^6 181715x \, dx + \int_{-8}^6 69079 \, dx \right) \\
&= \sqrt{2026} \left( 119473 \left( \int_{-8}^6 x^2 \, dx \right) + \int_{-8}^6 181715x \, dx + \int_{-8}^6 69079 \, dx \right) \\
&= \sqrt{2026} \left( \frac{86976344}{3} + \int_{-8}^6 181715x \, dx + \int_{-8}^6 69079 \, dx \right) \\
&= \sqrt{2026} \left( \frac{86976344}{3} + 181715 \left( \int_{-8}^6 x \, dx \right) + \int_{-8}^6 69079 \, dx \right) \\
&= \sqrt{2026} \left( \frac{79344314}{3} + \int_{-8}^6 69079 \, dx \right) \\
&= \frac{82245632 \sqrt{2026}}{3}
\end{aligned}$$

Ответ:

$$\frac{82245632}{3} \sqrt{2026}$$

## Криволинейные интеграла первого рода. Задания индивидуальные.

ЗАДАЧА # 1

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-96x - 6)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..4$$

Подынтегральная функция:

$$-75x^2 + 82xy - 19y^2 - 93x + 3y + 65$$

Ответ:

$$-\frac{22871043}{2} \sqrt{9217}$$

ЗАДАЧА # 2

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (49x + 76)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..3$$

Подынтегральная функция:

$$62x^2 - 25xy - 66y^2 - 58x + 56y + 3$$

Ответ:

$$-\frac{57990097}{3} \sqrt{2402}$$

ЗАДАЧА # 3

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (58x + 34)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -1..1$$

Подынтегральная функция:

$$-23x^2 + 90xy + 31y^2 - 19x + 71y - 25$$

Ответ:

$$\frac{448312}{3} \sqrt{3365}$$

ЗАДАЧА # 4

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (13x - 28)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..7$$

Подынтегральная функция:

$$-31x^2 + 13xy + 17y^2 + 9x - 61y + 3$$

Ответ:

$$\frac{2697184}{3} \sqrt{170}$$

ЗАДАЧА # 5

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-71x - 64)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..2$$

Подынтегральная функция:

$$42x^2 + 70xy - 97y^2 + 46x + 23y - 94$$

Ответ:

$$-25867616 \sqrt{5042}$$

ЗАДАЧА # 6

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (47x - 41)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..8$$

Подынтегральная функция:

$$-53x^2 + 93xy + 74y^2 - 32x - 72y - 10$$

Ответ:

$$\frac{47008401}{2} \sqrt{2210}$$

ЗАДАЧА # 7

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-94x - 58)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..0$$

Подынтегральная функция:

$$90x^2 + 60xy - 31y^2 + 29x + 52y - 11$$

Ответ:

$$-\frac{145305377}{6} \sqrt{8837}$$

---

ЗАДАЧА # 8

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (34x + 48)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..3$$

Подынтегральная функция:

$$96x^2 - 84xy - 27y^2 + 63x - 99y + 29$$

Ответ:

$$-1492992 \sqrt{1157}$$

---

ЗАДАЧА # 9

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (63x + 78)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..9$$

Подынтегральная функция:

$$59x^2 + 92xy + 96y^2 - 43x + y + 85$$

Ответ:

$$\frac{534154858}{3} \sqrt{3970}$$

---

ЗАДАЧА # 10

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-98x + 23)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..2$$

Подынтегральная функция:

$$51x^2 - 59xy - 13y^2 + 82x - 65y + 34$$

Ответ:

$$-\frac{3178985}{2} \sqrt{9605}$$

---

ЗАДАЧА # 11

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (38x + 43)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..9$$

Подынтегральная функция:

$$-68x^2 - 54xy - 84y^2 - 21x + 24y + 61$$

Ответ:

$$-\frac{4446792935}{6}\sqrt{5}$$

---

ЗАДАЧА # 12

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-75x - 25)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..5$$

Подынтегральная функция:

$$6x^2 + 27xy - 91y^2 + 62x + 28y - 51$$

Ответ:

$$-\frac{114309415}{2}\sqrt{5626}$$

---

ЗАДАЧА # 13

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-3x - 99)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..6$$

Подынтегральная функция:

$$-92x^2 + 98xy - 55y^2 + 76x - 63y + 20$$

Ответ:

$$-\frac{10869975}{2}\sqrt{10}$$

---

ЗАДАЧА # 14

Линия интегрирования:

$$(x)e_x - 92e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..4$$

Подынтегральная функция:

$$-6x^2 + 42xy - 15y^2 + 4x + 56y + 27$$

Ответ:

$$-1593241$$

---

ЗАДАЧА # 15

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-36x + 96)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -1..8$$

Подынтегральная функция:

$$-46x^2 - 57xy - 86y^2 + 59x + 44y$$

Ответ:

$$-\frac{14613831}{2} \sqrt{1297}$$

ЗАДАЧА # 16

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (48x - 41)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..5$$

Подынтегральная функция:

$$-70x^2 - 99xy + 5y^2 - 2x - 52y - 38$$

Ответ:

$$\frac{869859}{2} \sqrt{2305}$$

ЗАДАЧА # 17

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-10x + 34)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..2$$

Подынтегральная функция:

$$84x^2 + 90xy - 6y^2 - 45x + 54y - 97$$

Ответ:

$$-\frac{1314797}{2} \sqrt{101}$$

ЗАДАЧА # 18

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-81x - 8)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..4$$

Подынтегральная функция:

$$-35x^2 - 70xy - 45y^2 + 45x - 40y - 41$$

Ответ:

$$-7293096 \sqrt{6562}$$

ЗАДАЧА # 19

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (14x + 16)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..2$$

Подынтегральная функция:

$$5x^2 + 33xy - 37y^2 - 58x - 97y + 18$$

Ответ:

$$-\frac{583415}{3} \sqrt{197}$$

ЗАДАЧА # 20

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-30x + 82)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..5$$

Подынтегральная функция:

$$-2x^2 - 20xy + 43y^2 + 41x - 84y - 84$$

Ответ:

$$\frac{8134677}{2} \sqrt{901}$$

---

ЗАДАЧА # 21

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-51x - 81)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..1$$

Подынтегральная функция:

$$92x^2 - 76xy - 84y^2 - 73x + 26y + 72$$

Ответ:

$$-\frac{43961225}{6} \sqrt{2602}$$

---

ЗАДАЧА # 22

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-55x - 36)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..7$$

Подынтегральная функция:

$$43x^2 - 66xy - 24y^2 - 35x + 10y + 27$$

Ответ:

$$-\frac{20890989}{2} \sqrt{3026}$$

---

ЗАДАЧА # 23

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (96x + 57)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..7$$

Подынтегральная функция:

$$-96x^2 + 75xy + 87y^2 + 84x - 22y + 49$$

Ответ:

$$121665920 \sqrt{9217}$$

---

ЗАДАЧА # 24

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-97x + 97)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..9$$

Подынтегральная функция:

$$85x^2 - 20xy + 73y^2 + 64x + 57y - 73$$

Ответ:

$$\frac{705418816}{3} \sqrt{9410}$$

---

ЗАДАЧА # 25

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-69x + 74)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..3$$

Подынтегральная функция:

$$-84x^2 + 8xy + 44y^2 - 62x + 47y - 9$$

Ответ:

$$16153264 \sqrt{4762}$$

---

ЗАДАЧА # 26

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (63x - 35)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..9$$

Подынтегральная функция:

$$56x^2 + 95xy - 77y^2 + 76x + 16y + 41$$

Ответ:

$$-147299184 \sqrt{3970}$$

---

ЗАДАЧА # 27

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-31x - 15)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..7$$

Подынтегральная функция:

$$-20x^2 + 52xy + 67y^2 + 49x - 14y + 62$$

Ответ:

$$\frac{73775663}{6} \sqrt{962}$$

---

ЗАДАЧА # 28

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (89x - 6)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..0$$

Подынтегральная функция:

$$-16x^2 - 62xy + 25y^2 + 20y + 41$$

Ответ:

$$14306142 \sqrt{7922}$$

ЗАДАЧА # 29

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-11x - 59)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..9$$

Подынтегральная функция:

$$-48x^2 - 68xy + 47y^2 - 19x - 84y - 75$$

Ответ:

$$\frac{11920953}{2} \sqrt{122}$$

ЗАДАЧА # 30

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (46x + 27)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..4$$

Подынтегральная функция:

$$-81x^2 + 63xy + 42y^2 - 67x - 80y + 19$$

Ответ:

$$3338559 \sqrt{2117}$$

ЗАДАЧА # 31

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-27x + 25)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -1..7$$

Подынтегральная функция:

$$36x^2 + 59xy + 82y^2 - 58x + 96y - 34$$

Ответ:

$$4419936 \sqrt{730}$$

ЗАДАЧА # 32

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (65x + 46)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..3$$

Подынтегральная функция:

$$-31x^2 + 86xy - 56y^2 - 46x + 60y - 51$$

Ответ:

$$-\frac{20022023}{3} \sqrt{4226}$$

ЗАДАЧА # 33

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (93x + 13)e_y$$

Интервал интегрирования:



$$x = -4..2$$

Подынтегральная функция:

$$10x^2 - 71xy - 71y^2 - 51x - 70y + 64$$

Ответ:

$$-69491130 \sqrt{346}$$

-----  
ЗАДАЧА # 34

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-34x - 77)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..8$$

Подынтегральная функция:

$$-17x^2 + 18xy - 94y^2 + 99x + 73y - 20$$

Ответ:

$$-39452380 \sqrt{1157}$$

-----  
ЗАДАЧА # 35

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-46x + 41)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..1$$

Подынтегральная функция:

$$38x^2 - 25xy + 8y^2 - 76x - 3y + 13$$

Ответ:

$$\frac{4156475}{6} \sqrt{2117}$$

-----  
ЗАДАЧА # 36

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (58x - 87)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..7$$

Подынтегральная функция:

$$34x^2 - 46xy - 70y^2 - 49x - 77y + 39$$

Ответ:

$$-\frac{158462095}{6} \sqrt{3365}$$

-----  
ЗАДАЧА # 37

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (26x - 90)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..6$$

Подынтегральная функция:

$$-98x^2 + 74xy - 15x - 4y + 34$$

Ответ:

$$\frac{2336581}{6} \sqrt{677}$$

ЗАДАЧА # 38

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (84x + 23)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..1$$

Подынтегральная функция:

$$16x^2 + 56xy - 2y^2 - 73x + 72y - 76$$

Ответ:

$$-\frac{1184375}{6} \sqrt{7057}$$

ЗАДАЧА # 39

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (2x - 97)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..1$$

Подынтегральная функция:

$$51x^2 - 41xy - 70y^2 + 78x + 18y - 98$$

Ответ:

$$-\frac{4058463}{2} \sqrt{5}$$

ЗАДАЧА # 40

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-38x + 33)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..5$$

Подынтегральная функция:

$$20x^2 + 15xy - 41y^2 - 77x + 43y + 54$$

Ответ:

$$-91991420 \sqrt{5}$$

ЗАДАЧА # 41

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-23x + 67)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..3$$

Подынтегральная функция:

$$33x^2 + 21xy - 12y^2 - 37x - 55y + 29$$

Ответ:

$$-\frac{5887321}{2} \sqrt{530}$$

ЗАДАЧА # 42

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (60x - 17)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..9$$

Подынтегральная функция:

$$-53x^2 + 20xy - 20y^2 + 95x - 75y + 48$$

Ответ:

$$-\frac{174472955}{6} \sqrt{3601}$$

---

ЗАДАЧА # 43

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-99x - 76)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..2$$

Подынтегральная функция:

$$-23x^2 - 54xy + 39y^2 - 41x + 9y + 11$$

Ответ:

$$\frac{115649092}{3} \sqrt{58}$$

---

ЗАДАЧА # 44

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (11x + 26)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..4$$

Подынтегральная функция:

$$-62x^2 - 8xy - 32y^2 - 81x + 90y - 47$$

Ответ:

$$-581820 \sqrt{122}$$

---

ЗАДАЧА # 45

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (37x + 89)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..1$$

Подынтегральная функция:

$$2x^2 + 22xy + 34y^2 - 79x - 74y - 4$$

Ответ:

$$\frac{6873741}{2} \sqrt{1370}$$

---

ЗАДАЧА # 46

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-81x + 25)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..5$$

Подынтегральная функция:

$$27x^2 + 33xy - 56y^2 - 4x + 57y + 28$$

Ответ:

$$-112058086 \sqrt{6562}$$

---

ЗАДАЧА # 47

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-7x - 16)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..7$$

Подынтегральная функция:

$$11x^2 - 48xy + 40y^2 - 12x - 44y - 64$$

Ответ:

$$3182335 \sqrt{2}$$

---

ЗАДАЧА # 48

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (81x - 16)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..8$$

Подынтегральная функция:

$$83x^2 - 84xy + 58y^2 + 9x - 48y + 46$$

Ответ:

$$\frac{266375998}{3} \sqrt{6562}$$

---

ЗАДАЧА # 49

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-71x + 42)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..0$$

Подынтегральная функция:

$$-67x^2 - 44xy + 79y^2 + 69x - 87y + 4$$

Ответ:

$$38109192 \sqrt{5042}$$

---

ЗАДАЧА # 50

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-x + 88)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..0$$

Подынтегральная функция:

$$-8x^2 + 85xy + 23y^2 - 96x - 55y - 63$$

Ответ:

$$\frac{3795640}{3} \sqrt{2}$$

ЗАДАЧА # 51

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (10x - 54)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -1..2$$

Подынтегральная функция:

$$-86x^2 + 77xy + 17y^2 - 85x + 84y - 79$$

Ответ:

$$\frac{218757}{2} \sqrt{101}$$

ЗАДАЧА # 52

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-71x - 90)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..5$$

Подынтегральная функция:

$$2x^2 + 33xy - 77y^2 - 79x - 28y + 44$$

Ответ:

$$-32635288 \sqrt{5042}$$

ЗАДАЧА # 53

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-x + 22)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..1$$

Подынтегральная функция:

$$54x^2 - 28xy + 73y^2 + 46x + 4y + 94$$

Ответ:

$$\frac{1178248}{3} \sqrt{2}$$

ЗАДАЧА # 54

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (41x + 83)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..1$$

Подынтегральная функция:

$$43x^2 + 62xy - 23y^2 + 44x + 2y - 90$$

Ответ:

$$-10336992 \sqrt{2}$$

ЗАДАЧА # 55

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-50x + 94)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..1$$

Подынтегральная функция:

$$11x^2 + 29xy - 78y^2 - 47x - 81y + 25$$

Ответ:

$$-\frac{126340011}{2} \sqrt{2501}$$

---

ЗАДАЧА # 56

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-34x + 3)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -7..4$$

Подынтегральная функция:

$$-69x^2 - 23xy + y^2 + 33x - 39y + 99$$

Ответ:

$$235543 \sqrt{1157}$$

---

ЗАДАЧА # 57

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (53x + 73)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..5$$

Подынтегральная функция:

$$-76x^2 + 18xy + 29y^2 - 93x + 70y - 11$$

Ответ:

$$\frac{25373950}{3} \sqrt{2810}$$

---

ЗАДАЧА # 58

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-59x + 28)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..4$$

Подынтегральная функция:

$$-94x^2 + 64xy - 61y^2 + 28x + 69y - 53$$

Ответ:

$$-46846884 \sqrt{3482}$$

---

ЗАДАЧА # 59

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (5x - 81)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -2..2$$

Подынтегральная функция:

$$-83x^2 - 3xy + 49y^2 + 59x + 4y + 11$$

Ответ:

$$\frac{3872144}{3} \sqrt{26}$$

ЗАДАЧА # 60

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-3x - 27)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -5..2$$

Подынтегральная функция:

$$7x^2 - 46xy + 94y^2 + 87x + 73y + 93$$

Ответ:

$$\frac{1016764}{3} \sqrt{10}$$

ЗАДАЧА # 61

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-92x + 70)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..2$$

Подынтегральная функция:

$$-78x^2 - 3xy + 30y^2 + 94x + 47y + 49$$

Ответ:

$$26430296 \sqrt{8465}$$

ЗАДАЧА # 62

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-58x - 49)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..6$$

Подынтегральная функция:

$$-6x^2 - 87xy - 40y^2 - 6x - y - 88$$

Ответ:

$$-\frac{28733877}{2} \sqrt{3365}$$

ЗАДАЧА # 63

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-18x + 80)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..3$$

Подынтегральная функция:

$$97x^2 + 70xy + 74y^2 + 23x - 11y + 23$$

Ответ:

$$94422780 \sqrt{13}$$

ЗАДАЧА # 64

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (46x - 42)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -3..7$$

Подынтегральная функция:

$$27x^2 + 62xy - 45y^2 + 85x + 51y - 26$$

Ответ:

$$-\frac{26190190}{3} \sqrt{2117}$$

---

ЗАДАЧА # 65

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-82x + 12)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..3$$

Подынтегральная функция:

$$99x^2 - 7xy + 42y^2 + 96x - 46y - 1$$

Ответ:

$$371208720 \sqrt{269}$$

---

ЗАДАЧА # 66

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (-19x - 34)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -6..7$$

Подынтегральная функция:

$$39x^2 - 36xy - 11y^2 - 24x + 3y - 58$$

Ответ:

$$-\frac{5145283}{6} \sqrt{362}$$

---

ЗАДАЧА # 67

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (7x - 19)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -8..0$$

Подынтегральная функция:

$$54x^2 + 67xy - 63y^2 + 46x - 94y - 43$$

Ответ:

$$-\frac{16222880}{3} \sqrt{2}$$

---

ЗАДАЧА # 68

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (31x + 81)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -9..7$$

Подынтегральная функция:



$$77x^2 - 52xy - 61y^2 - 87x + 31y - 58$$

Ответ:

$$-22905152\sqrt{962}$$

ЗАДАЧА # 69

Линия интегрирования:

$$(x)e_x + (21x + 55)e_y$$

Интервал интегрирования:

$$x = -4..9$$

Подынтегральная функция:

$$32x^2 + 61xy + 18y^2 - 73x - 13y + 80$$

Ответ:

$$\frac{27564511}{6}\sqrt{442}$$

