

Криволинейные интеграла второго рода. Интеграл по замкнутому контуру.

Электростатика

На пробную частицу единичного электрического заряда действует сила ,
компоненты которой задаются формулой $\text{grad}U = \left\langle \frac{\partial}{\partial x} U, \frac{\partial}{\partial y} U, \frac{\partial}{\partial z} U \right\rangle$.

Здесь U – потенциал электрического поля .

Рассчитайте работу, проделанную этой силой при перемещении частицы по замкнутому контуру. В точке (x_0, y_0, z_0) имеется заряд Q , который и создает электрическое поле.

Решение

Работа равна линейному интегралу силы вдоль пути (линии):

$$\int_{\Lambda} \vec{F} d\vec{r}$$

где Λ представляет собой область интеграции. Шаги решения задачи:

1. Определить векторное уравнение $\vec{r}(t)$ линии, вдоль которой мы собираемся интегрироваться (параметр t).
2. Выразите x , y , и z входящие в компоненты \vec{F} в терминах компонентов $\vec{r}(t)$, тогда скалярное произведение $\vec{F} \cdot d\vec{r}$ становится $\vec{F}(t) \cdot \dot{\vec{r}}(t) dt$ и работа может быть выражена как $\int_0^t \vec{F} \cdot \dot{\vec{v}} dt$.
3. Вычислить интеграл.

Плоская задача (бесконечная нить зарядов на прямой)

Лозунг этой подтемы: *коли поле потенциально, то интеграл по замкнутому пути будет всегда ноль*

Заряд, который создает поле находится в точке $(0, 0)$. Потенциал плоской задачи U таков :

$$r := \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$U_2 := -\frac{1}{2} Q \ln(x^2 + y^2) \quad (1)$$

Пусть

$$Q := 13 \quad (2)$$

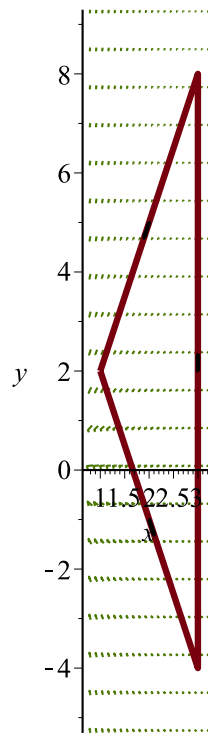
Это сила:

$$-\frac{13x}{x^2 + y^2} \vec{e}_x - \frac{13y}{x^2 + y^2} \vec{e}_y \quad (3)$$

Векторное поле таково:

$$-\frac{13x}{x^2+y^2}\bar{e}_x - \frac{13y}{x^2+y^2}\bar{e}_y \quad (4)$$

Контур интегрирования, $\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, -4 \rangle, \langle 3, 8 \rangle, \langle 1, 2 \rangle$, замкнут:



The path of integration, vector(s) tangent to the path, and vector-field arrows

Сведение к "обыкновенному" интегралу:

$$\int_0^1 \left(-\frac{26(1+2t)}{(1+2t)^2 + (2-6t)^2} + \frac{78(2-6t)}{(1+2t)^2 + (2-6t)^2} \right) dt + \int_0^1 \left(-\frac{156(-4+12t)}{9 + (-4+12t)^2} \right) dt \quad (5)$$

$$+ \int_0^1 \left(\frac{26(3-2t)}{(3-2t)^2 + (8-6t)^2} + \frac{78(8-6t)}{(3-2t)^2 + (8-6t)^2} \right) dt$$

Ответ:

$$0 \quad (6)$$

Теперь, пространственная, а не плоская, - но а же самая задача. Заряд, который создает поле находится в точке $(2, 2, 2)$.

$$r := \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2} \quad (7)$$

$$U := \frac{13}{\sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2}} \quad (8)$$

Пусть

$$Q := 31 \quad (9)$$

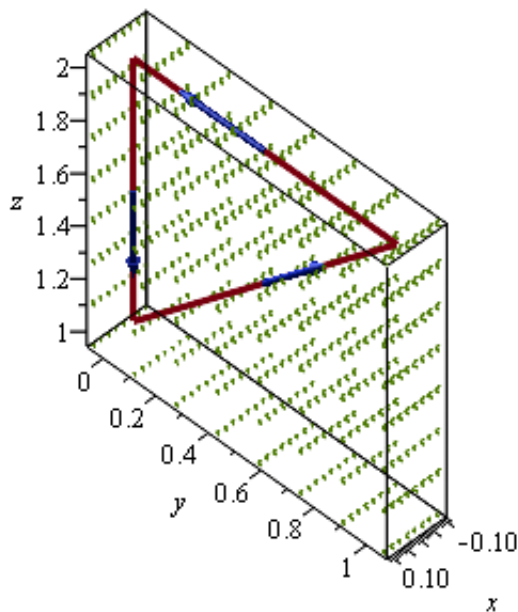
Это электростатическая сила:

$$-\frac{13}{2} \frac{2x-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_x - \frac{13}{2} \frac{2y-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_y - \frac{13}{2} \frac{2z-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_z \quad (10)$$

Или, - то же самое векторное поле:

$$-\frac{13}{2} \frac{2x-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_x - \frac{13}{2} \frac{2y-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_y - \frac{13}{2} \frac{2z-4}{((x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2)^{3/2}} \bar{e}_z \quad (11)$$

Контур интегрирования, $\langle 0, 0, 1 \rangle$, $\langle 0, 1, 2 \rangle$, $\langle 0, 0, 2 \rangle$, $\langle 0, 0, 1 \rangle$, замкнут:



The path of integration, vector(s) tangent to the path, and vector-field arrows

Сведение к "обыкновенному" интегралу:

$$\int_0^1 \left(-\frac{13}{2} \frac{2t-4}{(4+(t-2)^2+(-1+t)^2)^{3/2}} - \frac{13}{2} \frac{-2+2t}{(4+(t-2)^2+(-1+t)^2)^{3/2}} \right) dt + \quad (12)$$

$$\int_0^1 \frac{13}{2} \frac{-2-2t}{(4+(-1-t)^2)^{3/2}} dt + \int_0^1 \left(-\frac{13t}{(t^2+8)^{3/2}} \right) dt$$

$$-\frac{13}{3} + \frac{13}{4} \sqrt{2} - \frac{13}{6(4+3\sqrt{2})} \quad (13)$$

А ну-ка, ещё упростим чуть-чуть:

$$0 \quad (14)$$

Ещё примеры решения задач

Лозунг вот этой подтемы: *коль поле непотенциально, то интеграл по замкнутому пути не всегда ноль*

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 1

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

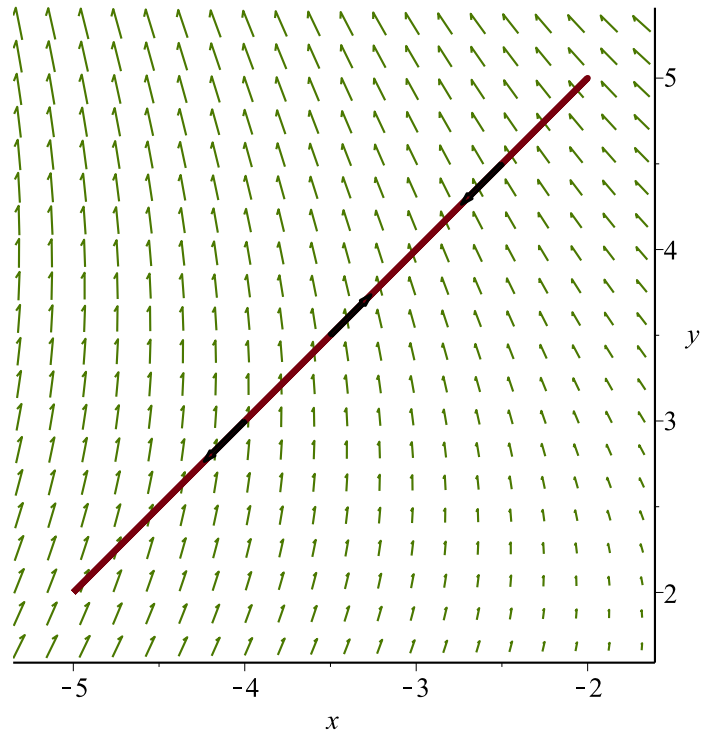
$$-2e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$\frac{1}{1} (-59x - 96y + 72)\bar{e}_x + (-87x + 47y - 90)\bar{e}_y$$



The path of integration, vector(s) tangent to the path, and vector-field arrows

[Детали решения:](#)

$$\begin{aligned}
\int_0^1 (1842 - 1755 t) dt + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt &= \int_0^1 (1842 - 1755 t) dt + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt \\
&= \int_0^1 1842 dt + \int_0^1 -1755 t dt + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[sum]} \\
&= 1842 + \int_0^1 -1755 t dt + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[constant]} \\
&= 1842 - 1755 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[constantmultiple]} \\
&= \frac{1929}{2} + \int_0^1 (-29 - 195 t) dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[power]} \\
&= \frac{1929}{2} + \int_0^1 (-29) dt + \int_0^1 -195 t dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[sum]} \\
&= \frac{1871}{2} + \int_0^1 -195 t dt + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[constant]} \\
&= \frac{1871}{2} - 195 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[constantmultiple]} \\
&= 838 + \int_0^1 (-448 - 780 t) dt && \text{[power]} \\
&= 838 + \int_0^1 (-448) dt + \int_0^1 -780 t dt && \text{[sum]} \\
&= 390 + \int_0^1 -780 t dt && \text{[constant]} \\
&= 390 - 780 \left(\int_0^1 t dt \right) && \text{[constantmultiple]} \\
&= 0 && \text{[power]}
\end{aligned}$$

Ответ:

0

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 2

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

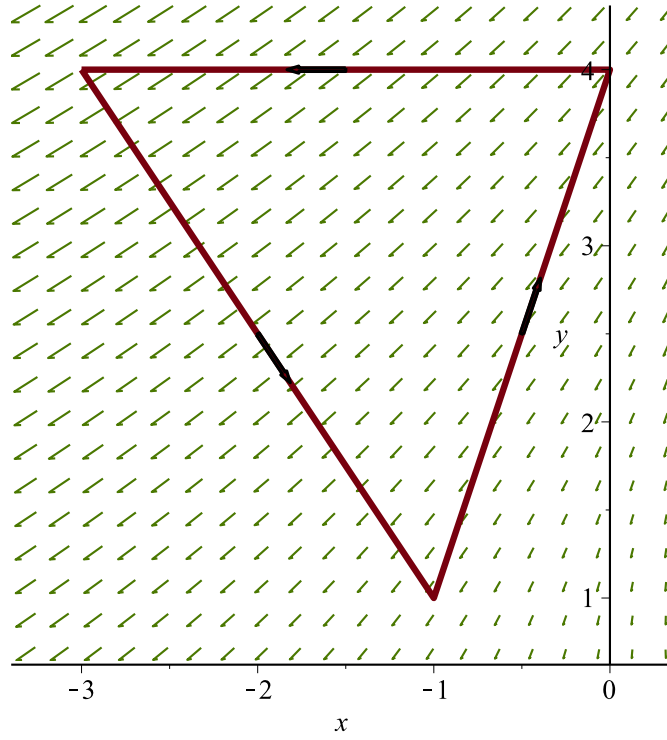
$$-\vec{e}_x + \vec{e}_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4\vec{e}_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$1 \\ (53x - 28y + 5)\vec{e}_x + (13x - 10y - 82)\vec{e}_y$$



The path of integration, vector(s) tangent to the path, and vector-field arrows

[Детали решения:](#)

$$\begin{aligned}
\int_0^1 (-49 + 212 t) dt + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt &= \int_0^1 (-49 + 212 t) dt + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \\
&= \int_0^1 (-49) dt + \int_0^1 212 t dt + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{sum}] \\
&= -49 + \int_0^1 212 t dt + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{const, \ ant}] \\
&= -49 + 212 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{const, \ antm, \ utipl, \ e}] \\
&= 57 + \int_0^1 (-391 - 82 t) dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{powe, \ r}] \\
&= 57 + \int_0^1 (-391) dt + \int_0^1 -82 t dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{sum}] \\
&= -334 + \int_0^1 -82 t dt + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{const, \ ant}] \\
&= -334 - 82 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{const, \ antm, \ utipl, \ e}] \\
&= -375 + \int_0^1 (477 t + 321) dt \quad [\text{powe, \ r}] \\
&= -375 + \int_0^1 477 t dt + \int_0^1 321 dt \quad [\text{sum}] \\
&= -375 + 477 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 321 dt \quad [\text{const, \ antm, \ utipl, \ e}] \\
&= -\frac{273}{2} + \int_0^1 321 dt \quad [\text{powe, \ r}] \\
&= \frac{369}{2} \quad [\text{const, \ ant}]
\end{aligned}$$

Ответ:

$$\frac{369}{2}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ # 3

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

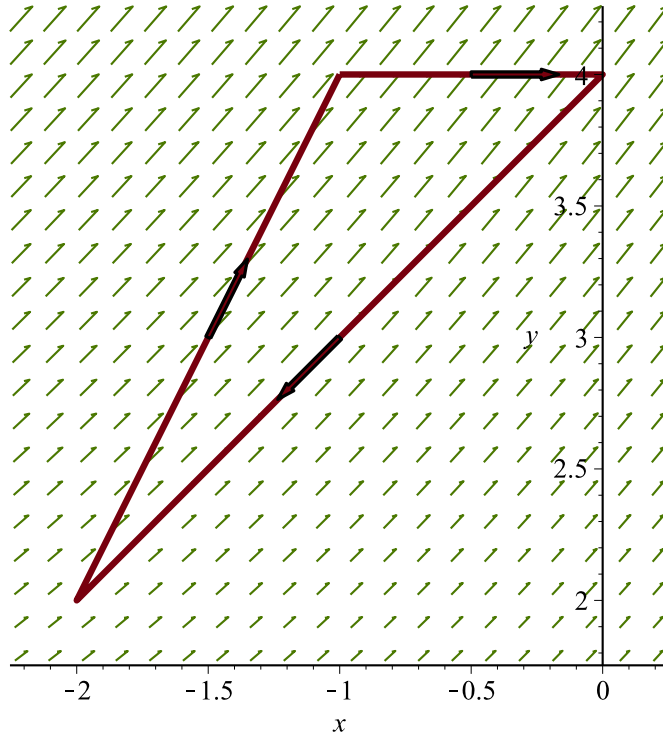
$$4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-19x + 62y + 37)\bar{e}_x + (5x + 96y - 17)\bar{e}_y$$



The path of integration, vector(s) tangent to the path, and vector-field arrows

Детали решения:

$$\begin{aligned}
\int_0^1 (304 - 19t) dt + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt &= \int_0^1 (304 - 19t) dt + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \\
&= \int_0^1 304 dt + \int_0^1 -19t dt + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{sum}] \\
&= 304 + \int_0^1 -19t dt + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{constan, } \backslash t] \\
&= 304 - 19 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{constan, } \backslash \text{multip, } \backslash le] \\
&= \frac{589}{2} + \int_0^1 (576t - 1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{power}] \\
&= \frac{589}{2} + \int_0^1 576t dt + \int_0^1 (-1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{sum}] \\
&= \frac{589}{2} + 576 \left(\int_0^1 t dt \right) + \int_0^1 (-1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{constan, } \backslash \text{multip, } \backslash le] \\
&= \frac{1165}{2} + \int_0^1 (-1304) dt + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{power}] \\
&= -\frac{1443}{2} + \int_0^1 (529 + 499t) dt \quad [\text{constan, } \backslash t] \\
&= -\frac{1443}{2} + \int_0^1 529 dt + \int_0^1 499t dt \quad [\text{sum}] \\
&= -\frac{385}{2} + \int_0^1 499t dt \quad [\text{constan, } \backslash t] \\
&= -\frac{385}{2} + 499 \left(\int_0^1 t dt \right) \quad [\text{constan, } \backslash \text{multip, } \backslash le] \\
&= 57 \quad [\text{power}]
\end{aligned}$$

Ответ:

57

Криволинейные интеграла второго рода. Интеграл по замкнутому контуру. Индивидуальные задания

ЗАДАЧА # 1

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-52x + 37y - 59)\bar{e}_x + (-54x - 22y + 17)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$273$$

ЗАДАЧА # 2

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-17x + 83y - 65)\bar{e}_x + (-28x - 5y + 27)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{1887}{2}$$

ЗАДАЧА # 3

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-84x - 83y + 96)\bar{e}_x + (6x + 76y + 95)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$534$$

ЗАДАЧА # 4

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(53x - 6y + 52)\bar{e}_x + (-40x + 45y - 86)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-51$$

ЗАДАЧА # 5

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(17x + 31y - 52)\bar{e}_x + (44x - 16y - 37)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-78$$

ЗАДАЧА # 6

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-62x + 70y + 93)\bar{e}_x + (74x + 95y + 65)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-18$$

ЗАДАЧА # 7

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(88x - 63y + 61)\bar{e}_x + (46x - 36y - 76)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{327}{2}$$

ЗАДАЧА # 8

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(11x - 11y + 88)\bar{e}_x + (94x + 6y + 21)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 9

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(2x + 4y - 84)\bar{e}_x + (-60x - 83y)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-192$$

ЗАДАЧА # 10

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(72x - 64y + 8)\bar{e}_x + (43x + 58y - 84)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 11

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(94x + 67y + 95)\bar{e}_x + (-38x + 45y - 99)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{315}{2}$$

ЗАДАЧА # 12

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-40x + 5y + 4)\bar{e}_x + (-89x - 54y - 81)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-47$$

ЗАДАЧА # 13

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(11x + 80y + 14)\bar{e}_x + (-56x + 8y + 80)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-272$$

ЗАДАЧА # 14

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(24x - 18y - 8)\bar{e}_x + (37x - 96y - 82)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 15

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-96x - 72y - 16)\bar{e}_x + (-11x + 94y + 5)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-244$$

ЗАДАЧА # 16

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(98x + 77y - 60)\bar{e}_x + (-28x - 47y + 34)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 17

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-27x + 11y + 72)\bar{e}_x + (-51x - 33y + 81)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-124$$

ЗАДАЧА # 18

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-57x + 26y - 8)\bar{e}_x + (-4x - 76y + 92)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-45$$

ЗАДАЧА # 19

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-80x + 2y + 7)\bar{e}_x + (24x - 91y - 16)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$99$$

ЗАДАЧА # 20

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-64x - 62y - 86)\bar{e}_x + (67x + 11y + 78)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-387$$

ЗАДАЧА # 21

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-78x + 17y - 43)\bar{e}_x + (89x - 3y + 80)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-144$$

ЗАДАЧА # 22

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(83x - 9y - 52)\bar{e}_x + (51x - 75y + 23)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-180$$

ЗАДАЧА # 23

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(61x - 80y - 17)\bar{e}_x + (-90x + 13y + 68)\bar{e}_y$$

Ответ:

30

ЗАДАЧА # 24

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(18x + 51y + 49)\bar{e}_x + (34x - 64y + 70)\bar{e}_y$$

Ответ:

102

ЗАДАЧА # 25

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-56x + 53y - 63)\bar{e}_x + (-63x + 94y + 89)\bar{e}_y$$

Ответ:

464

ЗАДАЧА # 26

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(80x + 69y + 76)\bar{e}_x + (-25x - 26y - 7)\bar{e}_y$$

Ответ:

282

ЗАДАЧА # 27

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-5x - 36y - 1)\bar{e}_x + (31x + 7y - 42)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{67}{2}$$

ЗАДАЧА # 28

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-49x + 86y - 23)\bar{e}_x + (17x + 31y + 75)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{345}{2}$$

ЗАДАЧА # 29

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(35x + 34y - 14)\bar{e}_x + (-92x - 90y - 32)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$252$$

ЗАДАЧА # 30

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-27x - 45y + 20)\bar{e}_x + (-49x - 48y + 51)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-6$$

ЗАДАЧА # 31

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(98x - 80y - 51)\bar{e}_x + (39x + 3y + 6)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$119$$

ЗАДАЧА # 32

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(67x - 40y - 82)\bar{e}_x + (-82x - 69y + 3)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-315$$

ЗАДАЧА # 33

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(36x + 71y + 54)\bar{e}_x + (84x - 53y + 65)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 34

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-80x - 40y + 18)\bar{e}_x + (64x + 60y + 80)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-260$$

ЗАДАЧА # 35

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-4x - 37y - 34)\bar{e}_x + (-12x + 9y + 63)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{25}{2}$$

ЗАДАЧА # 36

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-86x + 14y - 27)\bar{e}_x + (-27x - 99y - 81)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{41}{2}$$

ЗАДАЧА # 37

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-77x - 35y + 29)\bar{e}_x + (-27x + 78y + 25)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-16$$

ЗАДАЧА # 38

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4e_y$$

$$5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-96x - 67y - 85)\bar{e}_x + (50x - 55y - 64)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{585}{2}$$

ЗАДАЧА # 39

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-40y + 48)\bar{e}_x + (-12x - 88y - 57)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$112$$

ЗАДАЧА # 40

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(21x - 66y - 24)\bar{e}_x + (-88x - 17y - 32)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-33$$

ЗАДАЧА # 41

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-6x + y + 1)\bar{e}_x + (62x - 25y - 58)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{427}{2}$$

ЗАДАЧА # 42

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(90x - 19y + 31)\bar{e}_x + (71x - 25y + 58)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-270$$

ЗАДАЧА # 43

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-31x + 13y + 9)\bar{e}_x + (17x - 61y + 3)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$2$$

ЗАДАЧА # 44

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(23x - 94y - 71)\bar{e}_x + (-64x - 73y - 4)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$135$$

ЗАДАЧА # 45

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(74x - 72y - 10)\bar{e}_x + (47x - 41y + 90)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$357$$

ЗАДАЧА # 46

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(96x - 84y + 63)\bar{e}_x + (-27x - 99y + 29)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{171}{2}$$

ЗАДАЧА # 47

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(96x + y + 85)\bar{e}_x + (63x + 78y - 50)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 48

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(23x + 3y + 63)\bar{e}_x + (-68x - 54y - 21)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{71}{2}$$

ЗАДАЧА # 49

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(27x + 62y - 91)\bar{e}_x + (28x - 51y - 75)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$51$$

ЗАДАЧА # 50

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(76x - 55y - 63)\bar{e}_x + (20x - 3y - 99)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{375}{2}$$

ЗАДАЧА # 51

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-46x - 57y + 59)\bar{e}_x + (-86x + 44y)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{435}{2}$$

ЗАДАЧА # 52

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-2x + 5y - 52)\bar{e}_x + (-38x + 48y - 41)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{645}{2}$$

ЗАДАЧА # 53

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(89x - 8y - 8)\bar{e}_x + (8x - 53y - 49)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$40$$

ЗАДАЧА # 54

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(84x - 63y + 5)\bar{e}_x + (33x - 58y - 37)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 55

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-20x + 41y + 43)\bar{e}_x + (-84x - 84y - 30)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-250$$

ЗАДАЧА # 56

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-51x - 81y - 38)\bar{e}_x + (-80x - 66y + 43)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{9}{2}$$

ЗАДАЧА # 57

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-36x - 76y - 28)\bar{e}_x + (-96x + 75y + 84)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-20$$

ЗАДАЧА # 58

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(57x + 99y + 85)\bar{e}_x + (-20x + 64y + 73)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-238$$

ЗАДАЧА # 59

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(38x - 84y + 8)\bar{e}_x + (-62x + 44y + 47)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-66$$

ЗАДАЧА # 60

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(95x + 76y - 77)\bar{e}_x + (16x + 41y + 63)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-120$$

ЗАДАЧА # 61

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 5e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(67x - 14y + 62)\bar{e}_x + (-31x - 15y + 68)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$\frac{51}{2}$$

ЗАДАЧА # 62

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-3e_x + e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-6x - 96y + 59)\bar{e}_x + (45x - 48y - 68)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 63

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-44x + 76y - 81)\bar{e}_x + (63x - 67y + 42)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-\frac{39}{2}$$

ЗАДАЧА # 64

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(82x + 96y - 34)\bar{e}_x + (-27x + 25y + 5)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$-246$$

ЗАДАЧА # 65

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$4e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(65x + 46y - 26)\bar{e}_x + (-62x + 10)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$162$$

ЗАДАЧА # 66

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-4e_x + 5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-5e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(93x + 13y - 78)\bar{e}_x + (73x + 79y - 17)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$270$$

ЗАДАЧА # 67

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$3e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-25x - 76y + 8)\bar{e}_x + (-3x + 13y - 46)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$0$$

ЗАДАЧА # 68

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-e_x + 2e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$5e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-2e_x + 3e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(58x - 87y + 66)\bar{e}_x + (44x + 88y - 20)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$262$$

ЗАДАЧА # 69

Радиус-вектор исходной и конечной точки пути:

$$-3e_x + 3e_y$$

Радиус-вектор второй точки пути:

$$-2e_x + 4e_y$$

Радиус-вектор третьей точки пути:

$$-3e_x + 2e_y$$

Подынтегральная вектор-функция:

$$(-4x + 34y + 26)\bar{e}_x + (-90x + 11y + 27)\bar{e}_y$$

Ответ:

$$62$$

