

[> restart;

Examples

[> with(Student[MultivariateCalculus]) :

[> q := 1 :

[> for p from 1 to 35 do

$f_p := \sqrt{\text{randpoly}([x, y], \text{dense}, \text{homogeneous}, \text{degree} = 2)}$: $g_p := \text{randpoly}([x, y], \text{dense}, \text{degree} = 1)$:

$\text{ans}_p := \text{LagrangeMultipliers}(f_p, [g_p], [x, y], \text{output} = \text{detailed})$:

if is(rhs((ans_p)₃), 'real') then $F_q := f_p$; $G_q := g_p$; $\text{Ans}_q := \text{LagrangeMultipliers}(F_q, [G_q], [x, y], \text{output} = \text{detailed})$;

printf("ЗАДАЧА # %\d. Решить задачу на условный экстремум: \n", q);

printf("Дано: функция и ограничение: \n"); print(z = F_q); print(G_q = 0);

printf("Ответ: \n"); print(Ans_q);

q := q + 1; else; end if;

end do;

ЗАДАЧА # 1. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-82x^2 + 62xy - 10y^2}$$
$$80x - 44y + 71 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{71}{8}, y = \frac{71}{4}, \lambda_1 = -\frac{1}{8} \sqrt{2}, \sqrt{-82x^2 + 62xy - 10y^2} = \frac{1}{32} \sqrt{5041} \sqrt{32} \right]$$

ЗАДАЧА # 2. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-92x^2 + 75xy + 23y^2}$$
$$6x + 74y + 72 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{23733}{67033}, y = -\frac{63297}{67033}, \lambda_1 = -\frac{1}{536264} \sqrt{1888855874}, \sqrt{-92x^2 + 75xy + 23y^2} = \frac{1}{67033} \sqrt{2282418} \sqrt{67033} \right]$$

ЗАДАЧА # 3. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{31x^2 - 10xy + 68y^2}$$
$$-51x + 77y + 95 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{292885}{321397}, y = -\frac{202540}{321397}, \lambda_1 = -\frac{1}{321397} \sqrt{669469951}, \sqrt{31x^2 - 10xy + 68y^2} = \frac{1}{321397} \sqrt{18799075} \sqrt{321397} \right]$$

ЗАДАЧА # 4. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-27x^2 + 30xy + 16y^2}$$

$$-15x - 59y - 96 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{6880}{12993}, y = -\frac{6464}{4331}, \lambda_1 = \frac{1}{12993} \sqrt{948489}, \sqrt{-27x^2 + 30xy + 16y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{4331} \sqrt{224256} \sqrt{4331} \right]$$

ЗАДАЧА # 5. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{53x^2 - 48xy - 88y^2} \\ -28x + 5y + 13 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{33592}{74387}, y = -\frac{5291}{74387}, \lambda_1 = -\frac{2}{74387} \sqrt{97446970}, \sqrt{53x^2 - 48xy - 88y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{74387} \sqrt{885560} \sqrt{74387} \right]$$

ЗАДАЧА # 6. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{12x^2 + 65xy - 89y^2} \\ -25x - 96y + 50 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{267250}{101033}, y = -\frac{16975}{101033}, \lambda_1 = -\frac{1}{202066} \sqrt{858477401}, \sqrt{12x^2 + 65xy - 89y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{101033} \sqrt{5310625} \sqrt{101033} \right]$$

ЗАДАЧА # 7. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = 2\sqrt{4x^2 - 15xy - 17y^2} \\ 52x - 20y - 4 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{517}{7496}, y = -\frac{155}{7496}, \lambda_1 = \frac{1}{7496} \sqrt{465689}, 2\sqrt{4x^2 - 15xy - 17y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{7496} \sqrt{497} \sqrt{14992} \right]$$

ЗАДАЧА # 8. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{97x^2 - 35xy + 21y^2} \\ 30x - 64y + 89 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{21805}{174506}, y = \frac{505787}{349012}, \lambda_1 = -\frac{1}{349012} \sqrt{604052519}, \sqrt{97x^2 - 35xy + 21y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{1396048} \sqrt{54837083} \sqrt{1396048} \right]$$

ЗАДАЧА # 9. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{40x^2 - 34xy + 87y^2}$$

$$77x + y - 10 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{67160}{518481}, y = \frac{13490}{518481}, \lambda_1 = \frac{1}{57609} \sqrt{20425591}, \sqrt{40x^2 - 34xy + 87y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{518481} \sqrt{319100} \sqrt{518481} \right]$$

ЗАДАЧА # 10. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-27x^2 + 51xy - 22y^2} \\ 50x + 60y - 91 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{3419}{4360}, y = \frac{7527}{8720}, \lambda_1 = \frac{3}{6104} \sqrt{763}, \sqrt{-27x^2 + 51xy - 22y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{6976} \sqrt{10647} \sqrt{6976} \right]$$

ЗАДАЧА # 11. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{68x^2 + 95xy + 73y^2} \\ -29x + 5y - 26 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{61217}{76868}, y = \frac{44655}{76868}, \lambda_1 = \frac{1}{76868} \sqrt{208139327}, \sqrt{68x^2 + 95xy + 73y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{76868} \sqrt{1830439} \sqrt{76868} \right]$$

ЗАДАЧА # 12. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-36x^2 + 5xy + 37y^2} \\ -57x + 85y + 80 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{92860}{57831}, y = -\frac{38900}{19277}, \lambda_1 = -\frac{1}{231324} \sqrt{619138686}, \sqrt{-36x^2 + 5xy + 37y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{57831} \sqrt{4282400} \sqrt{57831} \right]$$

ЗАДАЧА # 13. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-63x^2 + 5xy + 78y^2} \\ -5x + 36y - 8 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{640}{13133}, y = \frac{9022}{39399}, \lambda_1 = \frac{1}{157596} \sqrt{1550823438}, \sqrt{-63x^2 + 5xy + 78y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{39399} \sqrt{157448} \sqrt{39399} \right]$$

ЗАДАЧА # 14. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-22x^2 - 79xy - 27y^2}$$

$$-51x + 16y - 85 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{170765}{140323}, y = \frac{402305}{280646}, \lambda_1 = \frac{1}{280646} \sqrt{542348395}, \sqrt{-22x^2 - 79xy - 27y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{561292} \sqrt{27924625} \sqrt{561292} \right]$$

ЗАДАЧА # 15. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-14x^2 - 97xy + 86y^2} \\ 83x - 96y - 8 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{9928}{154733}, y = -\frac{21478}{154733}, \lambda_1 = \frac{5}{618932} \sqrt{176086154}, \sqrt{-14x^2 - 97xy + 86y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{154733} \sqrt{113800} \sqrt{154733} \right]$$

ЗАДАЧА # 16. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-66x^2 - 71xy + 21y^2} \\ -34x + 72y - 40 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{6140}{40973}, y = \frac{59590}{122919}, \lambda_1 = \frac{1}{491676} \sqrt{1301097615}, \sqrt{-66x^2 - 71xy + 21y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{122919} \sqrt{1058500} \sqrt{122919} \right]$$

ЗАДАЧА # 17. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{83x^2 + 13xy + 26y^2} \\ -19x - 62y - 12 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{39}{11183}, y = -\frac{4305}{22366}, \lambda_1 = \frac{1}{44732} \sqrt{13520247}, \sqrt{83x^2 + 13xy + 26y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{11183} \sqrt{10881} \sqrt{11183} \right]$$

ЗАДАЧА # 18. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{61x^2 - 14xy + 95y^2} \\ 83x - 83y + 53 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{2332}{5893}, y = \frac{1431}{5893}, \lambda_1 = -\frac{13}{5893} \sqrt{1207}, \sqrt{61x^2 - 14xy + 95y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{489119} \sqrt{8070257} \sqrt{489119} \right]$$

ЗАДАЧА # 19. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{95x^2 + 74xy + 93y^2}$$

$$65x - 10y + 11 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{14113}{90105}, y = \frac{7381}{90105}, \lambda_1 = -\frac{1}{90105} \sqrt{134544786}, \sqrt{95x^2 + 74xy + 93y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{450525} \sqrt{903386} \sqrt{450525} \right]$$

ЗАДАЧА # 20. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{-76x^2 - 36xy + 46y^2} \\ -22x - 55y - 34 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = \frac{1547}{3729}, y = -\frac{2924}{3729}, \lambda_1 = \frac{1}{3729} \sqrt{323745}, \sqrt{-76x^2 - 36xy + 46y^2} \right. \\ \left. = \frac{1}{41019} \sqrt{1103980} \sqrt{41019} \right]$$

ЗАДАЧА # 21. Решить задачу на условный экстремум:

Дано: функция и ограничение:

$$z = \sqrt{21x^2 + 6xy + 94y^2} \\ 18x + 75y + 10 = 0$$

Ответ:

$$\left[x = -\frac{1630}{15609}, y = -\frac{1690}{15609}, \lambda_1 = -\frac{1}{1419} \sqrt{28165}, \sqrt{21x^2 + 6xy + 94y^2} \right. \quad (1.1) \\ \left. = \frac{1}{46827} \sqrt{65500} \sqrt{46827} \right]$$

Разбор примера №13

$$> L := F_{13} - \lambda \cdot (G_{13})$$

$$L := -\lambda (-5x + 36y - 8) + \sqrt{-63x^2 + 5xy + 78y^2} \quad (1.2)$$

$$> \text{convert}\left(\left\{\text{solve}\left(\left[\frac{\partial}{\partial x} L = 0, \frac{\partial}{\partial y} L = 0, \frac{\partial}{\partial \lambda} L = 0\right], \{\lambda, x, y\}\right)\right\}, 'radical'\right)_1$$

$$\left\{ \lambda = \frac{1}{157596} \sqrt{39362} \sqrt{39399}, x = \frac{640}{13133}, y = \frac{9022}{39399} \right\} \quad (1.3)$$

$$> \#LagrangeMultipliers(F_{13}, [G_{13}], [x, y], \text{output} = \text{plot})$$

>