

[> restart;

## Examples

[> with(VectorCalculus) :

[> SetCoordinates('cartesian'<sub>x, y, z</sub>) :

[> NumVars := 15 :

[> for q from 1 to NumVars do

$X := \text{algsubs}(y = \arccos(y), \text{randpoly}([x, y, z], \text{dense}, \text{degree} = 1));$

$Y := \text{algsubs}(x = (z), \text{randpoly}([x, y, z], \text{dense}, \text{degree} = 1));$

$Z := \text{algsubs}(z = \ln(x), \text{randpoly}([x, y, z], \text{dense}, \text{degree} = 1));$

$F_q := \text{VectorField}(\langle X, Y, Z \rangle);$

$\text{printf}(\text{"ЗАДАЧА \# \%d. Выполнить операции над вектором: \n", } q); \text{print}(F_q);$

$\text{printf}(\text{"Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора\n"});$

**end do:**

ЗАДАЧА # 1. Выполнить операции над вектором:

$$(-7x + 22 \arccos(y) - 55z - 94)\bar{e}_x + (87z - 56y - 62)\bar{e}_y + (97x - 73y - 4 \ln(x) - 83)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 2. Выполнить операции над вектором:

$$(-10x + 62 \arccos(y) - 82z + 80)\bar{e}_x + (-61z + 71y - 75)\bar{e}_y + (-10x - 7y - 40 \ln(x) + 42)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 3. Выполнить операции над вектором:

$$(-50x + 23 \arccos(y) + 75z - 92)\bar{e}_x + (78z + 74y + 37)\bar{e}_y + (-23x + 87y + 44 \ln(x) + 29)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 4. Выполнить операции над вектором:

$$(98x - 23 \arccos(y) + 10z - 61)\bar{e}_x + (87z - 29y + 11)\bar{e}_y + (-49x - 47y + 40 \ln(x) - 81)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 5. Выполнить операции над вектором:

$$(91x + 68 \arccos(y) - 10z + 31)\bar{e}_x + (44z + 77y + 1)\bar{e}_y + (x + 55y - 28 \ln(x) + 16)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 6. Выполнить операции над вектором:

$$(30x - 27 \arccos(y) - 15z - 59)\bar{e}_x + (-183z + 72y + 47)\bar{e}_y + (-90x + 43y + 92 \ln(x) - 91)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 7. Выполнить операции над вектором:

$$(-88x - 48 \arccos(y) + 53z - 28)\bar{e}_x + (-5z + 13y - 82)\bar{e}_y + (71x + 16y + 83 \ln(x) + 9)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 8. Выполнить операции над вектором:

$$(-60x - 83 \arccos(y) + 98z - 48)\bar{e}_x + (18z + 62y + 5)\bar{e}_y + (96x - 17y + 25 \ln(x) + 91)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 9. Выполнить операции над вектором:

$$(98 \arccos(y) - 64z + 64)\bar{e}_x + (-124z - 60y - 13)\bar{e}_y + (44x - 2y + 71 \ln(x) - 47)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 10. Выполнить операции над вектором:

$$(-39x - 53 \arccos(y) - 72z - 97)\bar{e}_x + (40z + 10y - 89)\bar{e}_y + (65x + 12y - 25 \ln(x) - 96)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 11. Выполнить операции над вектором:

$$(50x - 60 \arccos(y) - 42z + 7)\bar{e}_x + (-55z - 70y - 68)\bar{e}_y + (-60x + 16y + 52 \ln(x) - 20)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 12. Выполнить операции над вектором:

$$(-4x - 89 \arccos(y) - 77z + 69)\bar{e}_x + (38z + 28y - 33)\bar{e}_y + (21x - 35y + 97 \ln(x) + 30)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 13. Выполнить операции над вектором:

$$(-64x + 89 \arccos(y) - 16z + 59)\bar{e}_x + (-102z - 46y + 87)\bar{e}_y + (-34x + 40y + 77 \ln(x) + 1)\bar{e}_z$$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 14. Выполнить операции над вектором:  
 $(-10x - 65 \arccos(y) - 85z + 54)\bar{e}_x + (18y + 52z + 36)\bar{e}_y + (91x - 22y + 51 \ln(x) - 27)\bar{e}_z$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

ЗАДАЧА # 15. Выполнить операции над вектором:  
 $(50x + 60 \arccos(y) - 91z - 47)\bar{e}_x + (-128z - 2y + 25)\bar{e}_y + (31x - 27y + 65 \ln(x) + 88)\bar{e}_z$

Провести операции: Ротор, Дивергенция, Градиенты по всем компонентам вектора, Скалярное произведение градиентов, Дивергенция ротора, Градиент дивергенции, Ротор ротора

### Разбор примера № 13

Вектор

>  $F_{13} := \text{VectorField}(\langle X, Y, Z \rangle)$

$$F_{13} := (50x + 60 \arccos(y) - 91z - 47)\bar{e}_x + (-128z - 2y + 25)\bar{e}_y + (31x - 27y + 65 \ln(x) + 88)\bar{e}_z \quad (1.1)$$

Ротор

>  $\nabla \times F_{13}$

$$101\bar{e}_x + \left(-122 - \frac{65}{x}\right)\bar{e}_y + \frac{60}{\sqrt{-y^2 + 1}}\bar{e}_z \quad (1.2)$$

Дивергенция

>  $\nabla \cdot F_{13}$

$$48 \quad (1.3)$$

Градиенты

>  $\nabla((F_{13})_1); \nabla((F_{13})_2); \nabla((F_{13})_3)$

$$\begin{aligned} &50\bar{e}_x - \frac{60}{\sqrt{-y^2 + 1}}\bar{e}_y - 91\bar{e}_z \\ &\quad - 2\bar{e}_y - 128\bar{e}_z \\ &\left(31 + \frac{65}{x}\right)\bar{e}_x - 27\bar{e}_y \end{aligned} \quad (1.4)$$

Скалярное произведение градиентов

>  $\text{seq}(\text{simplify}(\nabla((F_{13})_q) \cdot \nabla((F_{13})_q), 'size'), q = 1 .. 3)$

$$10781 - \frac{3600}{y^2 - 1}, 16388, 729 + \left(31 + \frac{65}{x}\right)^2 \quad (1.5)$$

>  $\text{simplify}(\nabla((F_{13})_1) \cdot \nabla((F_{13})_2), 'size')$

$$11648 + \frac{120}{\sqrt{-y^2 + 1}} \quad (1.6)$$

$$> \text{simplify}(\nabla((F_{13})_2) \cdot \nabla((F_{13})_3), 'size') \quad (1.7)$$

$$54$$

$$> \text{simplify}(\nabla((F_{13})_3) \cdot \nabla((F_{13})_1), 'size') \quad (1.8)$$

$$1550 + \frac{3250}{x} + \frac{1620}{\sqrt{-y^2 + 1}}$$

Дивергенция ротора

$$> \nabla \cdot (\nabla \times F_{13}) \quad (1.9)$$

$$0$$

Градиент дивергенции

$$> \nabla(\nabla \cdot F_{13}) \quad (1.10)$$

$$0\bar{e}_x$$

Ротор ротора

$$> \nabla \times (\nabla \times F_{13}) \quad (1.11)$$

$$\frac{60y}{(-y^2 + 1)^{3/2}} \bar{e}_x + \frac{65}{x^2} \bar{e}_z$$

>