

УСТРАНЕНИЕ ЛЕВОЙ РЕКУРСИИ

Левая рекурсия устраняется путем преобразования грамматики в праворекурсивную грамматику.

Если имеются правила грамматики следующего вида

$$A \rightarrow A \alpha \mid \beta,$$

то это леворекурсивная грамматика. Цепочка β не начинается с нетерминала A .

Левая рекурсия устраняется с помощью введения дополнительного нетерминала A' :

$$A \rightarrow \beta A'$$

$$A' \rightarrow \alpha A'$$

$$\mid \epsilon,$$

где ϵ - пустая цепочка. Это праворекурсивная грамматика, которая порождает тот же язык, что и исходная грамматика.

ПРАВОРЕКУРСИВНАЯ ГРАММАТИКА

ПРИМЕР

$$S \rightarrow a S \mid \epsilon$$

- Правая рекурсия не создает никаких проблем для программирования нисходящего синтаксического анализа сверху вниз от кроны к корню дерева разбора.
- Поэтому на практике нет необходимости исключать правую рекурсию из грамматики.

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ РЕКУРСИИ

ПРИМЕР

$$S \rightarrow a S b \mid \epsilon$$

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, ОСНОВАННЫЕ НА УСТРАНЕНИИ ЛЕВОЙ РЕКУРСИИ

ЗАДАЧА № 01:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$A \rightarrow A B d \mid A a \mid a$$

$$B \rightarrow B e \mid b$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$A \rightarrow a A'$$

$$B \rightarrow b B'$$

$$A' \rightarrow B d A'$$

$$\mid a A'$$

$$\mid \epsilon$$

$$B' \rightarrow e B'$$

$$\mid \epsilon$$

ЗАДАЧА № 02:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid a$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$E \rightarrow a E'$$

$$E' \rightarrow + E E'$$

$$\mid * E E'$$

$$\mid \epsilon$$

Задача № 03:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow id$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$E \rightarrow T E'$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$F \rightarrow id$$
$$E' \rightarrow + T E'$$
$$| \epsilon$$
$$T' \rightarrow * F T'$$
$$| \epsilon$$

ЗАДАЧА № 04:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$S \rightarrow (L) | a$$
$$L \rightarrow L, S | S$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$S \rightarrow (L)$$
$$| a$$
$$L \rightarrow (L)L'$$
$$| aL'$$
$$L' \rightarrow ,SL'$$
$$| \epsilon$$

ЗАДАЧА № 05:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$S \rightarrow S0S1S | 01$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$S \rightarrow 01S'$$
$$S' \rightarrow 0S1S'S'$$
$$| \epsilon$$

ЗАДАЧА № 06:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$S \rightarrow A$$
$$A \rightarrow Ad | Ae | aB | ac$$

$$B \rightarrow b B c \mid f$$

РЕШЕНИЕ

Грамматика после исключения левой рекурсии такова

$$S \rightarrow A$$
$$A \rightarrow a B A'$$
$$\mid ac A'$$
$$B \rightarrow b B c$$
$$\mid f$$
$$A' \rightarrow d A'$$
$$\mid e A'$$
$$\mid \epsilon$$

ЗАДАЧА № 07:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$A \rightarrow A A a \mid \beta$$

РЕШЕНИЕ

$$A \rightarrow \beta A'$$
$$A' \rightarrow A a A'$$
$$\mid \epsilon$$

ЗАДАЧА № 08:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$A \rightarrow B a \mid A a \mid c$$
$$B \rightarrow B b \mid A b \mid d$$

РЕШЕНИЕ

Это случай скрытой левой рекурсии.

ШАГ-01:

Сначала устраним левую рекурсию из правила $A \rightarrow B a \mid A a \mid c$

Исключив отсюда левую рекурсию, получаем:

$$A \rightarrow B a A'$$
$$\mid c A'$$

$$A' \rightarrow a A'$$
$$| \epsilon$$

Теперь данная грамматика переписывается так

$$A \rightarrow B a A'$$
$$| c A'$$
$$A' \rightarrow a A'$$
$$| \epsilon$$
$$B \rightarrow B b | A b | d$$

ШАГ-02:

Подставляя продукции нетерминала A в $B \rightarrow A b$, получаем следующую грамматику

$$A \rightarrow B a A'$$
$$| c A'$$
$$A' \rightarrow a A'$$
$$| \epsilon$$
$$B \rightarrow B b | B a A' b | c A' b | d$$

ШАГ-03:

Теперь, исключив левую рекурсию из продукций нетерминала B , получаем следующую грамматику:

$$A \rightarrow B a A'$$
$$| c A'$$
$$B \rightarrow c A' b B'$$
$$| d B'$$
$$A' \rightarrow a A'$$
$$| \epsilon$$
$$B' \rightarrow b B'$$
$$| a A' b B'$$
$$| \epsilon$$

Это окончательная грамматика после устранения левой рекурсии.

ЗАДАЧА № 09:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$X \rightarrow X S b \mid S a \mid b$$
$$S \rightarrow S b \mid X a \mid a$$

РЕШЕНИЕ

Это случай скрытой левой рекурсии.

ШАГ-01:

Сначала устраним левую рекурсию из правила $X \rightarrow X S b \mid S a \mid b$

Исключив левую рекурсию, получаем:

$$X \rightarrow S a X'$$
$$\mid b X'$$
$$X' \rightarrow S b X'$$
$$\mid \epsilon$$

Теперь данная грамматика переписывается так

$$X \rightarrow S a X'$$
$$\mid b X'$$
$$X' \rightarrow S b X'$$
$$\mid \epsilon$$
$$S \rightarrow S b \mid X a \mid a$$

ШАГ-02:

Подставляя продукции нетерминала X в $S \rightarrow X a$, получаем следующую грамматику

$$X \rightarrow S a X'$$
$$\mid b X'$$
$$X' \rightarrow S b X'$$
$$\mid \epsilon$$
$$S \rightarrow S b \mid X a \mid a$$
$$S \rightarrow S b \mid S a X' a \mid b X' a \mid a$$

ШАГ-03:

Теперь, исключив левую рекурсию из продукций нетерминала S , получаем следующую грамматику:

$$X \rightarrow S a X'$$

$$\begin{aligned}
& | b X' \\
S \rightarrow & b X' a S' \\
& | a S' \\
X' \rightarrow & S b X' \\
& | \epsilon \\
S' \rightarrow & b S' \\
& | a X' a S' \\
& | \epsilon
\end{aligned}$$

Это окончательная грамматика после устранения левой рекурсии.

ЗАДАЧА № 10:

Исключить левую рекурсию из грамматики

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow A a | b \\
A &\rightarrow A c | S d | \epsilon
\end{aligned}$$

РЕШЕНИЕ

Это случай скрытой левой рекурсии.

ШАГ-01:

Сначала устраним левую рекурсию вследствие использования продукции $S \rightarrow A a | b$

Это правило свободно от левой рекурсии.

ШАГ-02:

Подставляя постановки продукции S в правило $A \rightarrow S d$, получаем следующую грамматику:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow A a | b \\
A &\rightarrow A c | A a d | b d | \epsilon
\end{aligned}$$

ШАГ-03:

Теперь, исключив левую рекурсию из A -правил, получаем следующую грамматику:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow A a | b \\
A &\rightarrow b d A' | A' \\
A' &\rightarrow c A' | a d A' | \epsilon
\end{aligned}$$

Это окончательная грамматика после устранения левой рекурсии.

$$S \rightarrow A a$$

| b

$A \rightarrow b d A'$

| A'

$A' \rightarrow c A'$

| a d A'

| ϵ